

# Elektrofysiske grundbegreber

---



Industriens Forlag

Best. nr. 8150-01

# Forord

Denne bog henvender sig til alle grundlæggende niveauer i erhvervsskolernes uddannelser.

Indholdet er afstemt efter Undervisningsministeriets bekendtgørelse om erhvervsuddannelser (februar 1990) med hensyn til helhedsorienteret og differentieret undervisning ved at medtage dele af fysikken, matematiske udledninger mv.

Denne bog indgår i en serie af bøger til uddannelserne inden for strøm, styring og proces. Bogen vil dog også kunne anvendes ved andre uddannelsesområder og kursusvirksomhed.

Det er tilstræbt, at bogen kan finde anvendelse i såvel grundfag som retningsfag.

Af hensyn til elevdifferentiering og ønske om egnethed til selvstudium er kapitlerne uddybet og bearbejdet, så de udgør en helhed, der sammen med stikordsregistret gør bogen egnet som opslagsværk i det daglige skolearbejde.

Bogens opbygning gør, at stofmængde og sværhedsgrad rækker ud over, hvad der kan forventes gennemgået og fastlagt som eksamenskrav på 2. skoleperiode.

For at kunne forbedre kommende udgaver vil vi meget gerne modtage kommentarer til bogen. Dette kan gøres ved at udfylde kuponen bagest i bogen og sende eller faxe den til forlaget. Denne opfordring gælder alle brugere, lærere såvel som elever.

© Copyright Industriens Forlag, København  
Enhver mangfoldiggørelse af tekst eller illustrationer er forbudt i henhold til Lov om ophavsret. Forbudet gælder alle former for mangfoldiggørelse ved trykning, fotografering og elektronisk databehandling.

Forfatter: Per Hebelstrup

Redaktion: Torben Leth Nissen

København, august 1993

Industriens Forlag

# Indhold

Stoffers opbygning og anvendelser .....	3
Stoffernes opbygning .....	3
Metallerne .....	4
Krystallinsk opbygning .....	5
Isolatorerne .....	9
Elektroniske grundbegreber .....	11
Elektrisk kredsløb .....	11
Jævnspænding .....	15
Modstand .....	18
Ohms lov .....	24
Spændingsgenerator .....	29
Strømgenerator .....	33
Effekt og energi .....	34
Vekselstrøm og -spænding .....	39
Anvendelsesområder .....	40
Sinusformet vekselstrøm og -spænding ..	41
Elektrostatik .....	47
Forklaring .....	47
Statisk elektricitet .....	47
Kapacitans .....	49
Elektrostatisk energi .....	54
Kondensatoren ved AC .....	57
Reaktans .....	59
Kondensatorens faseforhold .....	60
Kondensatorens effektforhold .....	61
Magnetisme .....	63
Stoffernes magnetiske egenskaber .....	63
Permanente magneter .....	64
Elektromagnetisme .....	67
Omsætning elektrisk strøm/ mekanisk kraft .....	72
Omsætning mekanisk kraft/ elektrisk strøm .....	73
Spole ved jævnstrøm .....	77
Spolen ved sinusformet AC .....	81
Transformator .....	84
Litteraturhenvvisninger .....	89
Stikordsregister .....	91



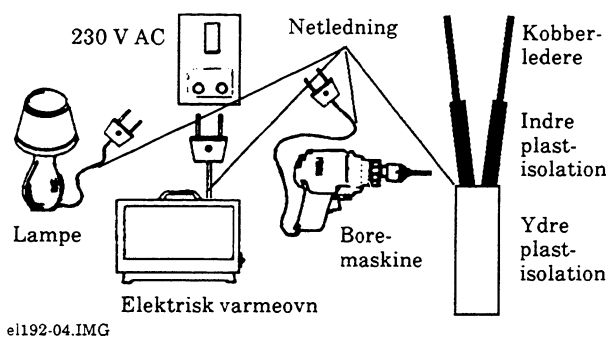


# Stoffers opbygning og anvendelse

## Indledning

I forbindelse med elektricitetslære deler man først og fremmest materialerne op i :

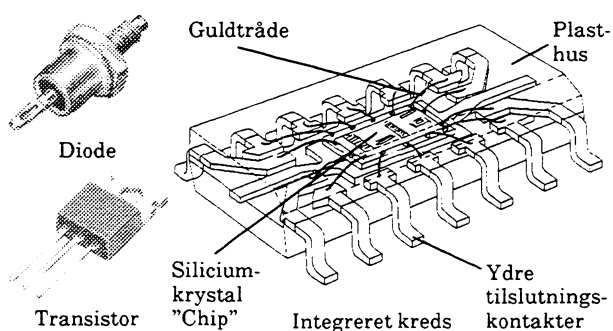
- Ledere
- Halvledere
- Isolatorer



el192-04.IMG

Ovenstående viser nogle kendte apparater til lysnetdrift. Ser vi nærmere på netledningen, består den af kobberledere, der skal virke som transportvej for den elektriske strøm, omgivet af en plastisolering, der skal forhindre kortslutning og beskytte brugeren mod virkninger af elektriske stød. Af hensyn hertil stilles der krav om godkendelse af materialerne efter gældende bestemmelser (Stærkstrømsreglementet).

Efter at amerikanerne Bardeen og Brattain i 1948 påviste en forstærkereffekt med halvleder-materialet germanium, er der kommet fart i kendskabet til halvledermaterialerne, specielt germanium og silicium, der indgår som det vigtigste grundmateriale i dioder, transistorer og integrerede kredse.



ek379-29.RES

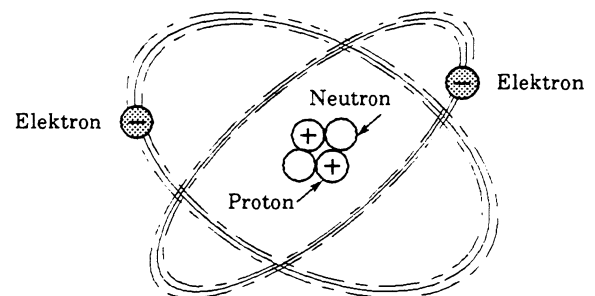
## Stoffernes opbygning

Den mindste byggesten i stofferne er atomerne.

Atomerne kan være knyttet sammen til sammensatte partikler, der kaldes molekyler. Grundstoffer er sammensat af atomer, der i det væsentlige er ens og har samme kemiske egenskaber, mens kemiske forbindelser indeholder atomer fra mere end et grundstof.

## Atom

Ordet atom er græsk og betyder udeleligt, men denne opfattelse forlod man i begyndelsen af det 19. århundrede. Atomteorien er omfattende, og vi nøjes her med en forenklet beskrivelse af atommodellen.



fy076-01.ILL

Alle atomer indeholder en atomkerne, som har en elektrisk positiv ladning. Kernen er omgivet af et antal elektroner, som er negativt ladet.

Atomkernen er opbygget af positivt ladede protoner og uladede neutroner.

Antallet af elektroner om kernen er lig med antallet af protoner i kernen. Protoner, neutroner og elektroner kaldes med et fælles navn for elementarpartikler. Elektricitetslærens grundlag er, at man på forskellig vis ved elektrontransport kan ændre denne ligevægt mellem positive og negative ladninger.

The diagram illustrates a Bohr atom model. At the center is a nucleus composed of several small circles, each containing a '+' sign, representing protons. Surrounding the nucleus are seven concentric circular orbits or shells. Each shell is labeled with a letter: K, L, M, N, O, P, and Q, from innermost to outermost. Small circles with '-' signs, representing electrons, are distributed across these shells. The K shell has 2 electrons, the L shell has 8, the M shell has 8, the N shell has 8, the O shell has 8, the P shell has 8, and the Q shell has 8. The orbits are represented by dashed lines.

Diagram illustrating the distribution of elements across groups and periods in the periodic table:

- Groups:** The table is divided into three main sections labeled A, B, and A from left to right.
- Periods:** The rows are labeled 1 through 7, representing the periods.
- Element Distribution:**
  - Period 1: 2 elements (1, 2)
  - Period 2: 8 elements (3-10)
  - Period 3: 8 elements (11-18)
  - Period 4: 18 elements (19-36)
  - Period 5: 18 elements (37-54)
  - Period 6: 32 elements (55-86)
  - Period 7: 24 elements (87-110)
- Labels:** The elements are labeled with their atomic numbers. The diagram shows the first few elements of each period, with arrows indicating the continuation of the sequence.

fv076-03.ILL

Kobber er meget anvendt til ledningsmateriel. Da selv små mængder urenheder nedsætter ledningsevnen, må kobber til ledningsbrug renses for disse ved omsmeltning i beskyttelsesatmosfære mv. På grund af iltning (irdannelse) fortinnes kobberet eller indstøbes i plastisolering. Til krævende formål (højfrekvens) anvendes forsølvet kobber.

Wolfram, som har et meget højt smeltepunkt, bruges som glødetråd i elektriske glødelamper, hvor temperaturen kan komme op på 2 700°C under drift. Det bruges også i kontakter med høj mekanisk påvirkning og kraftig gnistdannelse.

Molybdæn har egenskaber, der minder om wolframs. Det anvendes som bæreelementer til glødetræden i glødelamper og som glødetråd i katostrålerør til tv-apparater og oscilloskoper.

### Legeringer

Metallerne anvendes meget i legeret form, dvs. som blanding eller kemisk forbindelse mellem metaller og ikke-metaller. Dels er 100% rene metaller vanskelige at fremstille, dels kan de fysisk/kemiske egenskaber optimeres efter anvendelsesformålet med passende blandingsforhold.

Messing, der er en legering af kobber og zink, har gode mekaniske egenskaber og er let at bearbejde og bruges derfor meget til klemmestykker og skruer.

Bronze var oprindelig en legering af kobber og tin. I dag legeres også med andre metaller. Fosforbronze med ca. 6% tin og ca. 2% phosphor er elastisk og tåler gentagen belastning ved bøjning, der gør det egnet til kontaktfjedre i relæer mv. Spiralfjedre i drejespoleinstrumenter kan eksempelvis være af berylliumbronze med ca. 2% beryllium og ca. 0,5% nikkel.

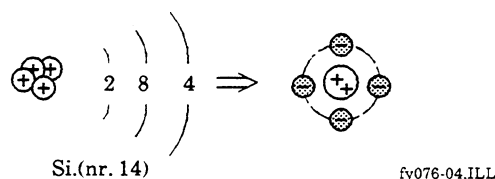
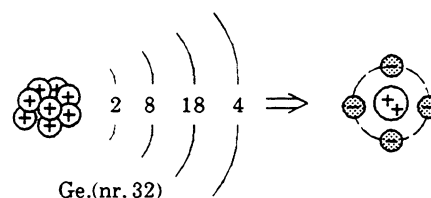
Konstantan er en legering af 54% kobber, 45% nikkel og 1% mangan. Det anvendes som modstandstråd i reguleringsmodstande, igangsættere mv. På grund af for stor termokraft mod kobber kan det ikke anvendes til præcisionsmodstande. Her kan eksempelvis være anvendt manganin af 84% kobber, 12% mangan og 4% nikkel.

### Krystallinsk opbygning

Næsten alle faste stoffer (dog ikke glas og glasagtige stoffer) er krystallinsk opbygget. Herved forstås, at deres atomer og molekyler ikke er planløst fordelt, men ordnet i mere eller mindre komplicerede og regelmæssige net- eller gitterstrukturer. Krystalstrukturen varierer vidtgående fra stof til stof, og atomerne holdes sammen i bestemte indbyrdes afstande ved hjælp af deres valenselektroner.

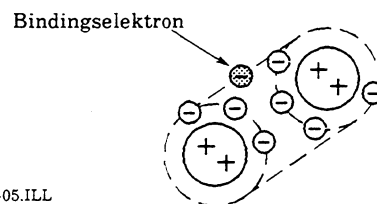
### Halvlederne germanium og silicium

Vi vil her koncentrere os om en forenklet fremstilling af forholdene for to grundstoffer, halvledermaterialerne germanium og silicium.



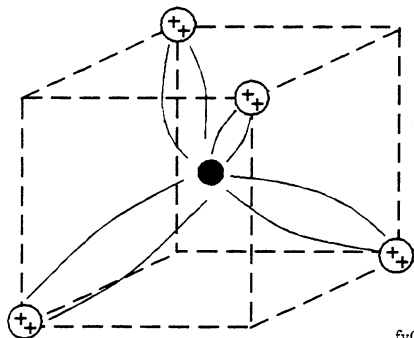
fy076-04.ILL

I atommodellen ses, at begge stoffer fra hovedgruppen 4A har samme antal valenselektroner. Den krystallinske opbygning beror på, at valenselektronerne optræder som fælleselektroner mellem naboatompar, som vist herunder, hvor alt inden for valensskallen er slået sammen som en positiv ladning, da kun valensskallen har interesse for gitterstrukturen. Bindingen sker ved, at en valenselektron skiftevis bevæger sig omkring to naboladninger.



fy076-05.ILL

Udvider vi med flere positive ladninger, kan vi se, hvorledes gitteret er dannet ved, at hvert atom er omgivet af fire andre atomer i en model, hvor hver valenselektron sammen med en tilsvarende fra naboatomet danner en bro, der kæder atomsystemerne sammen.



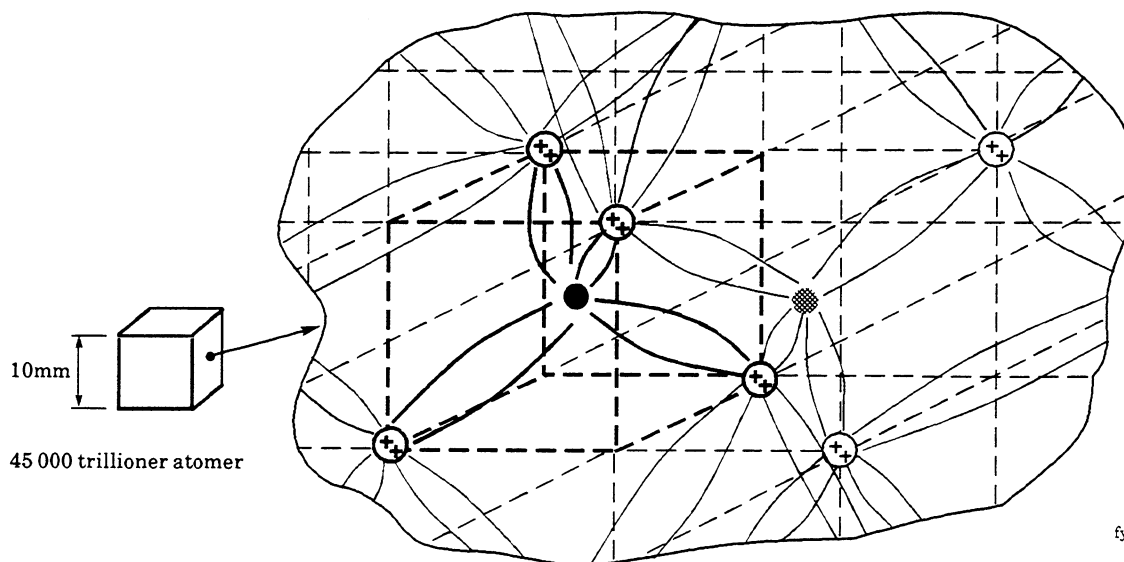
fy076-06.ILL

I et fuldstændigt rent germanium- eller siliciumkrystal er alle elektroner bundet ved valensbindingerne, så stoffet er at betragte som en isolator.

Rent germanium og silicium findes ikke i naturen. Germanium findes i beskedne mængder i fortrinsvis zink- og kobbermalm, mens silicium efter ilt er det mest udbredte grundstof på jorden, bundet til ilt, fx siliciumoxid.

Ved hjælp af forskellige udvindings- og renseprocesser opnås materialer med mindre end et fremmedatom pr.  $10^{13}$  grundstofatom. Da germanium er nemmest at behandle, blev det mest anvendt i transistor-teknikkens start. Med forbedrede fremstillingsmetoder anvendes i dag silicium, hvor der som nævnt er råstof nok.

Da der i en germanium-terning med kantlængden 10 mm er ca.  $4510^{21}$  (45 000 trillioner) atomer, er der byggestene nok.



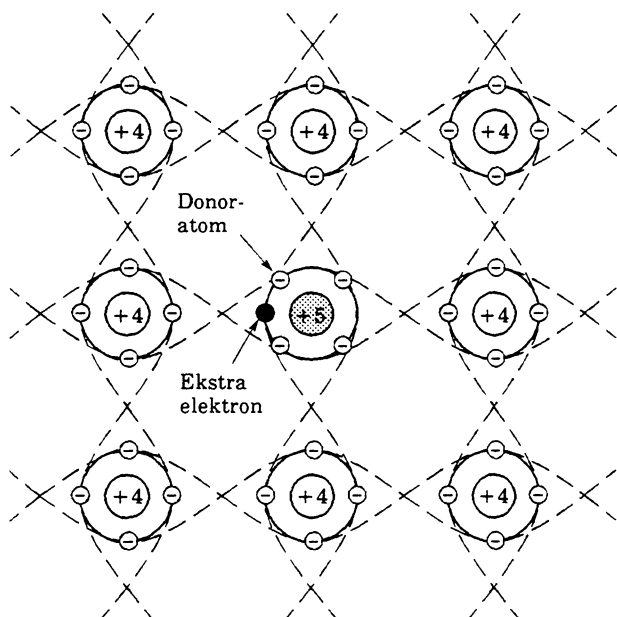
fy076-07.ILL

### Dopning

I forbindelse med fremstilling af dioder og transistorer ændres de elektriske materialeegenskaber i det rensede grundstof ved tilsætning af fremmedatomer fra grundstoffer, der er nabogrupper i det periodiske system.

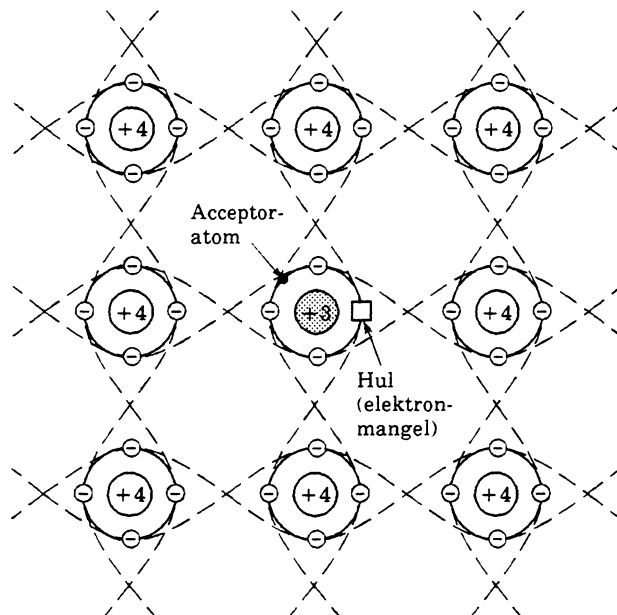
Grundstoffer fra gruppe 5A som fosfor, arsen eller antimon har fem elektroner i valensskallen. Når dette grundstof, fx arsen, indføres i krystalstrukturen med et fremmedatom  $10^4$  til  $10^7$  siliciumatom, bliver der i gitterstrukturen, som vist herunder, en ekstra elektron, der ikke indgår i den krystallinske binding. Da der nu er  $10^{15}$  til  $10^{18}$  fremmedatomer i en terning med kantlængden 10 mm og hermed samme antal frie elektroner, er materialet ændret, så det kan lede den elektriske strøm uden alt for store tab.

Dette materiale, der leder ved overskud af elektroner (negative ladninger), kaldes et N-materiale.



fy076-08.ILL

Grundstofferne fra gruppe 3A, fx bor, aluminium, gallium og indium, har kun tre valenselektroner, så hvis eksempelvis bor indføres i krystalstrukturen, vil der, som vist herunder, mangle en elektron i gitteropbygningen.



fy076-09.ILL

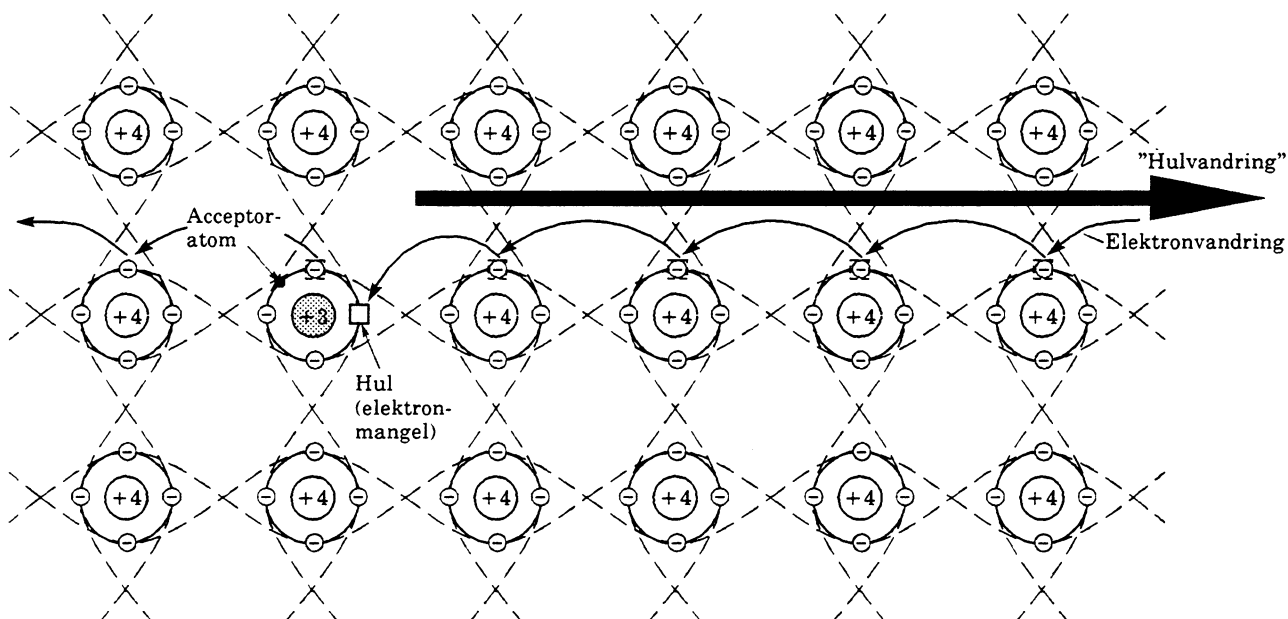


På samme vis som ved ovenstående er materialet ændret til en leder for elektrisk strøm.

Ved påvirkning med ydre kræfter kan en naboelektron nemt flyttes til denne "tomme" plads i gitteropbygningen. Herved fremkommer en ny tom plads, der besættes af en naboelektron. Udadtil virker det, som om "den tomme plads" vander modsat elektronretningen, som om der sker strømtransport med positive ladninger.

Dette materiale, der udadtil leder med positive ladninger, kaldes et P-materiale.

Takket været den beskrevne forskellighed kan disse materialer anvendes i de aktive halvleder-komponenter, der gennem de sidste 40 år har fremmet vor teknologi med stormskridt. Læs herom i emnehæfterne "Komponentlære", "Analogteknik" og "Grundlæggende digitalteknik".



fy076-10.ILL

## Isolatorerne

Materialer, hvor ydre kræfter ved normal anvendelse ikke kan starte en strømtransport, kaldes isolatorer. Disse er gerne opbygget som kemiske forbindelser med større molekylestrukturer.

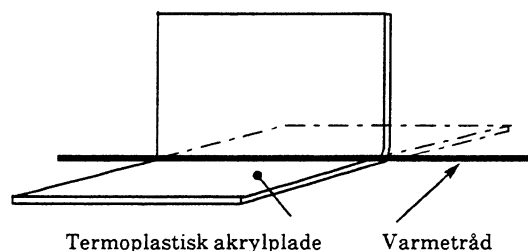
Uden fordybelse i dette kan det fastslås, at elektronerne er fast bundne til deres atomkerner, så kun med meget store feltkræfter kan en egentlig elektrontransport finde sted. Derimod kan der tilføres eller fjernes elektroner af mekanisk vej ved gnidningselektricitet, som det sker ved dannelse af statisk elektricitet (se kapitel om "Elektrostatik").

Af sikkerhedsmæssige og driftsmæssige grunde er det vigtigt, at isoleringsmaterialerne bevarer deres isolationsevne under de forhold, de anvendes. De skal generelt have gode mekaniske og termiske egenskaber. Fugtighedsoptagelsen skal være lav. Ved apparatmontage mv. skal man huske hensynet til plastmaterialernes begrænsede modstandsdygtighed over for høje temperaturer. Her kan klassificeringen for maksimal tilladelig driftstemperatur være nyttig.

Klasse	Temperatur
Y	90°
A	105°
E	120°
B	130°
F	155°
H	180°
C	over 180°

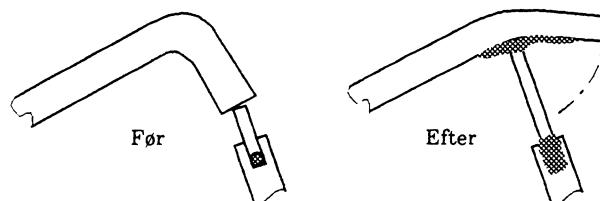
I elektronikkens barndom måtte man klare sig med naturligt forekommende materialer som chellak, silke og bomuld, papir, glimmer, glas, porcelæn og fx træ, der i dag ikke regnes som en egentlig isolator.

Med fremkomsten af plastmaterialerne har disse overtaget den dominerende rolle som isolatorer sammen med glas og porcelæn. Plaststofferne kan groft deles op i termoplast og hærdeplast. Det førstnævnte består af kædeformede molekyler og bliver bløde ved opvarmning. Dette kan udnyttes til bukning af plastplade til kabinetdele ved hjælp af en varmetråd.



fy076-11.ILL

Ved lodning på el-komponenter, hvor der er anvendt termoplast, som fx sikringsholdere, afbrydere og ledningsmateriel, kan det være nødvendigt at anvende loddeshunt for at undgå skader på plastisoleringen.



fy076-12.ILL

I det følgende opremses navne på nogle termoplastiske materialer, deres temperaturbestandighed og et orienterende eksempel på anvendelse.

Materiale	Temperaturbestandighed	Anvendelsesområder
Polystyren	ca. 70°C	I kondensatorer
Polyvinylchlorid (PVC)	0-80°C	Ledningsisolering
Polyvinylformal	120°C	Lakisolering af kobbertråd
Polyethen	120°C	Isolering i HF-kabler
Nylon	105°C	Samlemuffer og -dåser
Plexiglas		Glaserstatning
Polytetrafluorethen (teflon)	300°C	Ledningsisolering
Polyethylen-terephthalat (mylarfolie)	120°C	LF-kondensatorer

Til sidst opremses navne, temperaturbestandighed og eksempel på anvendelsesområder for nogle hærdeplaster.

Materiale	Temperaturbestandighed	Anvendelsesområder
Polyurethan	120°C	Isoleringslak, lodbar tråd
Epoxiplast (araldit)		Limning, isolatorer mv.
Polyester	155°C	Udstøbning transformatorer
Melaminharpiks		Kontakt-dæksler
Carbamidharpiks		Gennemskinnelige formgenstande

□

Hærdeplasterne har, som navnet antyder, den egenskab, at de afhærder under fremstillingen, så der ikke kan ske formændring ved opvarmning. Den først kendte hærdeplast var bakelit (patenteret 1908).

# Elektriske grundbegreber

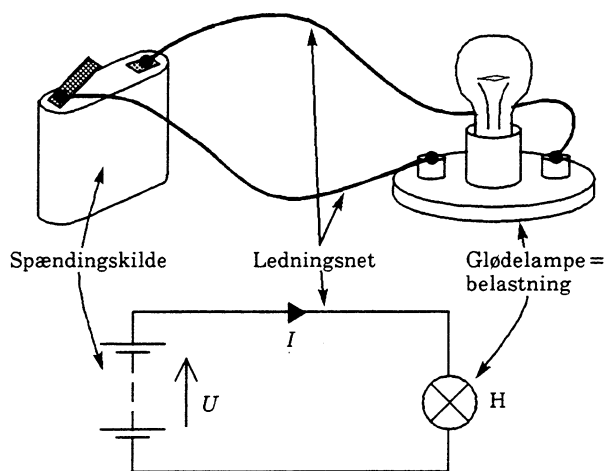
## Elektriske grundbegreber

De elektriske grundbegreber danner det fundament, på hvilken en faglig forsvarlig elektronikviden skal bygges. En del af stoffet er pensum i folkeskolen og således mere eller mindre kendt på forhånd. Har du valgt elektronikområdet, er det nødvendigt at kende og forstå de grundlæggende sammenhænge inden for strøm, spænding, modstand, effekt og arbejde mv. til bunds. Det vil derfor være klogt at følge læsningen af denne bog op med opgaveløsninger og foretage praktiske øvelser og eksperimenter inden for elektronikkens spændende og inspirerende verden.

## Elektrisk kredsløb

Til en begyndelse ser vi på et enkelt lukket kredsløb.

Tegningen viser, hvordan man ved hjælp af diagramsymboler viser komponenters sammenkobling til et elektrisk kredsløb i diagram.



el303-01.ILL

Spændingskilden, her et batteri sammensat af 3 stk. 1,5 volts elementer, leverer via ledningsnettet den nødvendige energi til belastningen, en glødelampe, der omsætter den elektriske energi til lys.

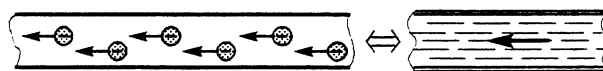
Omsætningen sker ved, at batteriet med sin spænding  $U$  driver en elektrisk strøm  $I$  via ledningsnettet, der skal have lille modstand  $R$ . Strømmen løber videre gennem lampen, der med sin modstand  $R$  primært bestemmer strømmens størrelse. Glødetråden i lampen er meget tynd. Der opstår en meget stor strømtæthed, så de frie elektroner ved friktion mod atomkernerne opvarmer tråden til en temperatur, hvor tråden afgiver lys.

Lysmængden er bl.a. bestemt af lampens effekt  $P$ , der er udført arbejde pr. tidsenhed. I den tid, lampen er tilsluttet, udfører energikilden, her batteriet, et arbejde  $W$ , der er den afgivne effekt gange tilslutningstiden  $t$ .

Efter denne præsentation vil vi se grundigere på de enkelte forhold.

## Jævnstrøm

Når en elektronisk ladning, oftest frie elektroner i en leder, strømmer i en bestemt retning, er der tale om en elektrisk jævnstrøm. Man kan sammenligne situationen med en væskestrømning i et rør.



el303-02.ILL

Som forkortelse for jævnstrøm anvendes ofte DC, af engelsk "direct current".

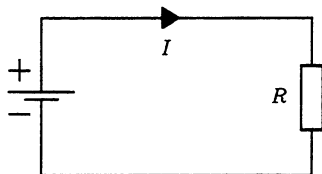
## Formeltegn og måleenhed

Formeltegnet for jævnstrøm er  $I$ , og måleenheden er ampere (A).

Bemærk, at man anvender store bogstaver ved jævnstrøm og -spænding.

### Strømretning

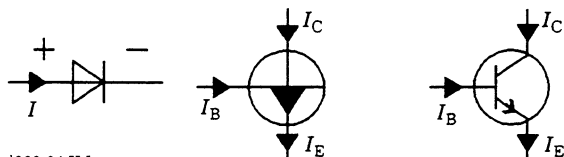
I elektronikkens barndom, hvor man ikke havde nærmere kendskab til de fysiske forhold, fastlagde man strømretningen som værende flydende fra spændingskildens positive pol til den negative pol.



el303-03.ILL

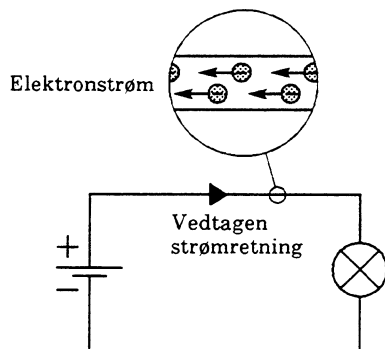
Denne form fastholdes som den vedtagne strømretning, da man ellers skal til at ændre i samtlige eksisterende lærebøger, ændre mærkningen på eksisterende måleinstrumenter osv.

Bemærk eksempelvis, at i diagramsymboler for dioder og transistorer viser symbolpilene den vedtagne strømretning.



el303-04.ILL

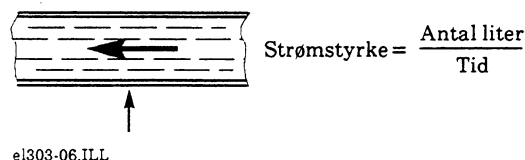
Elektronstrømmen er, som vist herunder, modsat den vedtagne strømretning. Dette må man acceptere og huske for at undgå problemer ved kredsløbs- eller komponentteori, hvor man specielt har brug for at beskæftige sig med elektronretningen.



el303-05.ILL

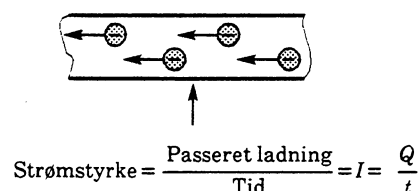
### Strømstyrke

Ser vi på væskestrømning i et rør, vil forholdet mellem passeret væskemængde og tiden være et udtryk for væskestrømmens styrke.



el303-06.ILL

På samme vis er elektrisk strømstyrke lig med forholdet mellem elektronmængde (antal elektroner) og tiden.



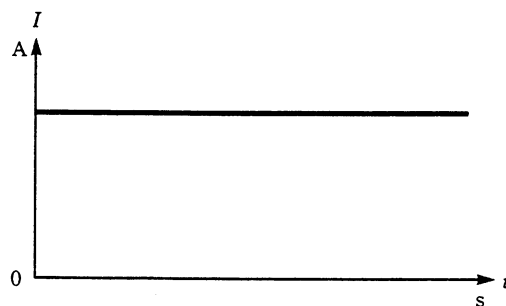
el303-07.ILL

$I$  er formeltegnet for strømstyrke,  $Q$  er formeltegnet for elektronmængde, og  $t$  er formeltegnet for tid.

Måleenheden for elektrisk strøm er ampere (A), for strømmængde coulomb (C) og for tiden sekunder (s).

Ved en strømstyrke på 1 A vil der passere  $6,24 \cdot 10^{18}$  elektroner forbi pilen pr. sekund i tegningen ovenfor.

Er strømstyrken konstant, vil den afbildet i en  $I = f(t)$  graf, se således ud.

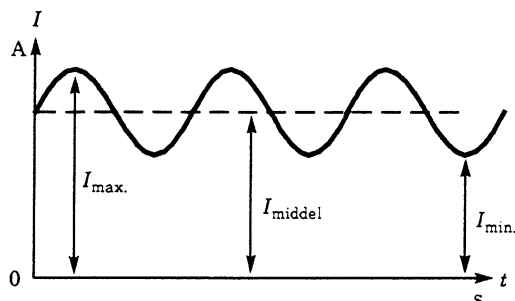


el303-08.ILL

En sådan strøm kaldes en stationær strøm.



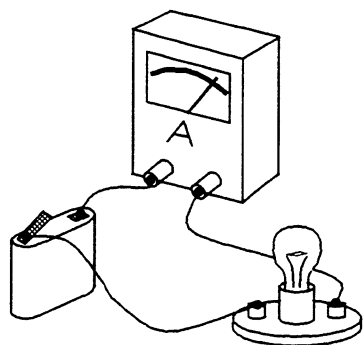
Hvis strømmen varierer med tiden, fremkommer den viste graf. Denne strøm betegnes en pulserende jævnstrøm.



el303-09.ILL

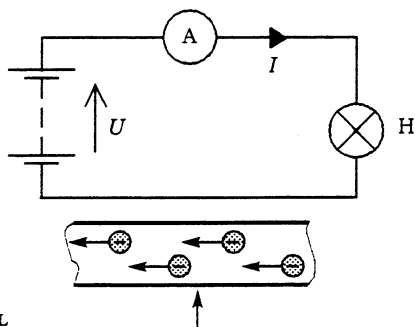
### Måling af strømstyrke

Da man ikke uden videre kan tælle antal elektroner, der passerer et givet punkt på en leder, må vi benytte os af måleinstrumenter.



el303-10.ILL

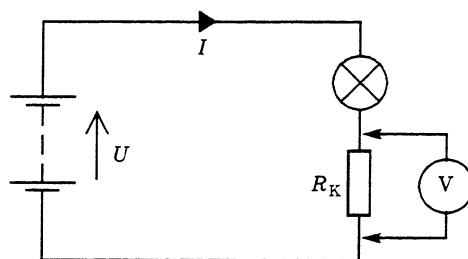
Strømmen måles ved at indskyde et amperemeter i strømkredsen.



el303-81.ILL

Et voltmeter eller oscilloskop kan anvendes ved at indskyde en kendt modstand i strømkredsen, måle spændingsfaldet over denne og beregne strømmens størrelse med Ohms lov.

Ved begge principper skal man huske at tage hensyn til de ændringer, der sker ved at indføre en øget modstand i kredsløbet.

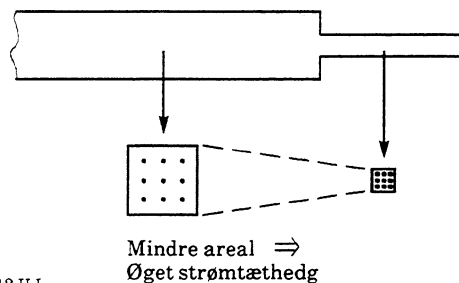


el303-11.ILL

### Strømtæthed

Strømtætheden i en leder er et udtryk for, hvor mange elektroner i bevægelse der er i lederen pr. arealenhed. Antal elektroner i bevægelse er udtrykt ved strømmen  $I$  i ampere, så strømtætheden kan findes med formlen:

$$\text{Strømtæthed} = \frac{\text{Strøm}}{\text{Areal}} = \frac{I}{A} \left[ \frac{\text{A}}{\text{m}^2} \right]$$



el303-12.ILL

Forholdene er anskueliggjort i tegningen ovenfor med elektroner i bevægelse, hvor prikkerne er et udtryk for strømstyrke og afstanden mellem prikkerne for strømtæthed. Strømtætheden øges, når arealet mindskes.

Formeltegnet for strømtæthed er S eller G. I SI-systemet skal strømtæthed udtrykkes i ampere pr. kvadratmeter, men af praktiske grunde udtrykkes strømtætheden oftere i ampere pr. kvadratmillimeter.

Ved de frie elektroners bevægelse i materialet opstår der friktionsvarme (Joules lov), så materialets temperatur stiger. Dette udnyttes ved elektrisk opvarmning i strygejern, kogeplader, varmeovne osv.

I elektriske ledninger, spoleviklinger, printbaner mv. skal strømtætheden være passende lav, så der ikke opstår skadevirkninger på grund af opvarmningen.

### Beregningseksempler strømtæthed

I en printbane med tykkelsen 0,035 mm og bredden 0,8 mm løber en strøm på 1 A.

Arealet er  $(0,035 \cdot 0,8) \text{ mm} = 0,028 \text{ mm}^2$

Strømtætheden er:

$$S = \frac{1}{0,028} = 36 \text{ A/mm}^2$$

Der kan tillades ret store strømtætheder i printbaner, da køleforholdene er gode.

I en ledning med arealet  $0,75 \text{ mm}^2$  tillades en strøm på 10 A. Strømtætheden her er:

$$S = \frac{10}{0,75} = 13,3 \text{ A/mm}^2$$

### Beregningseksempel maksimal strøm

I en transformatorspole er man af hensyn til isoleringslakken og de begrænsede kølemuligheder nødt til at arbejde med mindre strømtæthed. For en lakisoleret kobbertråd med diameteren 0,9 mm sættes strømtætheden som regneeksempel til  $3 \text{ A/mm}^2$ .

$$\text{Arealet er } \frac{\pi}{4} \cdot D^2 = \frac{\pi}{4} \cdot 0,9^2 = 0,7 \text{ mm}^2$$

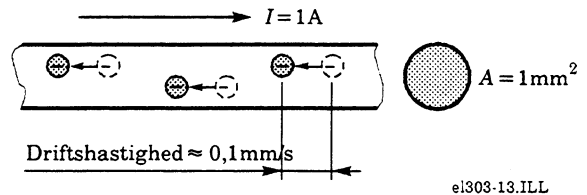
Den maksimale strøm bliver:

$$S = \frac{I}{A} \Leftrightarrow I = S \cdot A = 3 \cdot 0,7 = 2,1 \text{ A}$$

### Elektronernes driftshastighed

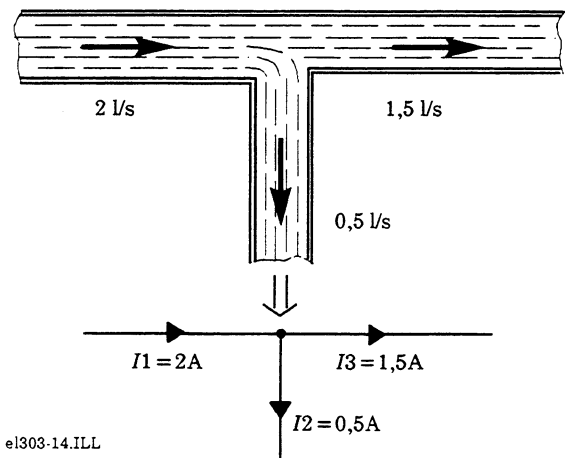
Når et elektrisk kredsløb sluttes, udbredes de feltkræfter, der sætter elektronerne i bevægelse tilnærmelsesvis med lysets hastighed. Elektronaccelerationen fra tilstand til bevægelse udbredes med samme hastighed. Dette giver til tider anledning til den misforståelse, at elektronerne selv bevæger sig med lysets hastighed i lederen.

Dette er ikke tilfældet, for elektronernes driftshastighed er afhængig af strømtætheden, nogle tiendedele mm pr. sekund.



### Strømdeling

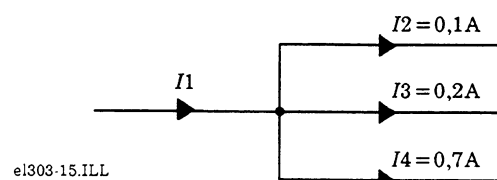
Hvis en strøm deles eller forgrenes ud i delstrømme, må man forvente, at summen af elektroner, der kommer til punktet, svarer til summen af elektroner, der forlader punktet inden for samme tidsrum. Årsagen er, at der ikke kan ophobes elektroner i forgreningspunktet. Her kan modellen med strømmende væsker igen være nyttig.



Denne lovmæssighed blev beskrevet af Kirchhoff i 1847 og kaldes efter ham for Kirchhoffs 1. lov (strømløven):

**Summen af strømme til et knudepunkt er lig med summen af strømme, der går fra knudepunktet.**

Her er en strømdeling af en tilgangsstrøm, der deles i tre afgående strømme:



Da strømmene fra knudepunktet (forgreningen) er kendte, findes strømmen til punktet:

$$I_1 = I_2 + I_3 + I_4 = 0,1 + 0,2 + 0,7 = 1 \text{ A}$$

For dem, der er glade for matematik, kan loven skrives således:

- Summen af strømme regnet med fortegn er nul i knudepunktet

Dette skrives for tegningen ovenfor:

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

Regnes tilgående strømme for positive og afgående strømme for negative, findes:

$$1 - 0,1 - 0,2 - 0,7 = 0$$

## Jævnspænding

### Spændingskilder

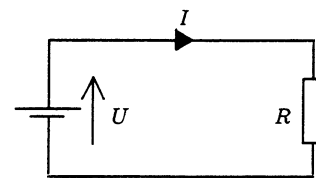
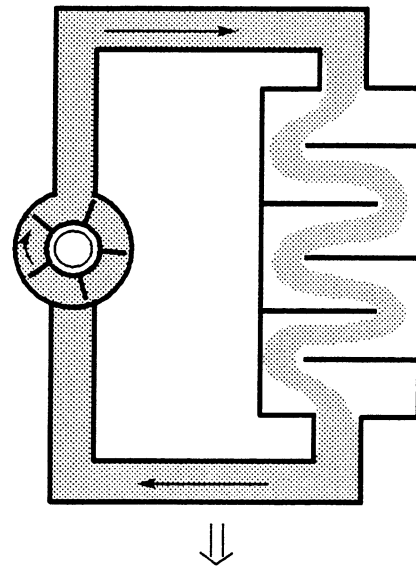
Som jævnspændingskilde anvendes:

- Ensrettet netspænding
- Tørelementer
- Akkumulatorer
- Brændselsceller
- Termoelementer
- Fotoceller
- Solbatterier

### Spændingsbegrebet

Når elektronerne i en leder er i bevægelse, er de under påvirkning af feltkræfter, der er fremkaldt af spændingskilden. Disse feltkræfter er ligefrem proportionale med (stiger og falder i takt med) spændingen fra spændingskilden.

Spændingen i et elektrisk kredsløb kan derfor sammenlignes med pumpetrykket i en væskestrømningsmodel.



el303-16.ILL

Øges pumpetrykket, bliver vandstrømmen større. I det elektriske kredsløb:

- Øges spændingen, bliver strømmen større

### Formeltegn og måleenhed

Formeltegnet for jævnspænding er  $U$ , og måleenheden er volt (V).

Spænding kaldes også for potentialeforskel, da der er tale om en forskelsangivelse på linie med en afstandsangivelse. Angives en batterispænding til 4,5 V, er det underforstået, at spændingsforskellen mellem batteriets poler er 4,5 V.

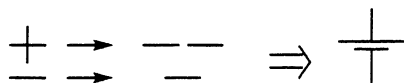
### Polaritetsangivelse

Polariteten kan for spændingskilden fremgå af symbolet. For nedennævnte tegning gælder, at den længste streg er den positive pol.



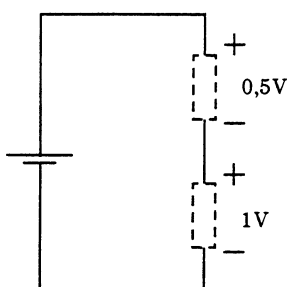
el303-17.ILL

Dette kan huskes ved at hæfte sig ved, at "samlet streglængde" i plus er størst:



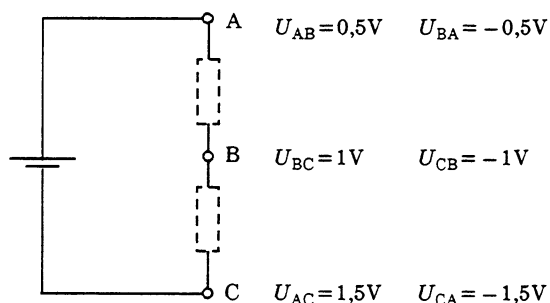
el303-18.ILL

Polariteten kan også angives med  $+/-$  tegn:



el303-19.ILL

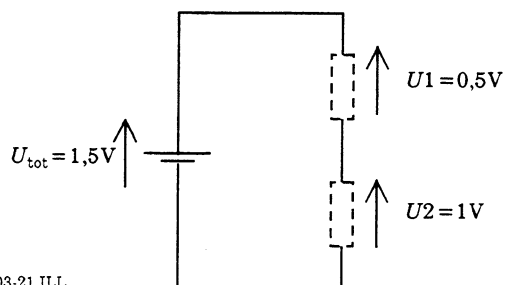
Eller ud fra punktangivelser:



el303-20.ILL

Her er reglen, at første bogstav angiver polariteten, refererende til andet bogstav. Hermed er det så sindrigt, at hvis  $U_{AB} = 1\text{ V}$ , er  $U_{BA} = -1\text{ V}$ .

Man kan anvende pile, der markerer retningen med plus ved pilehovedet:

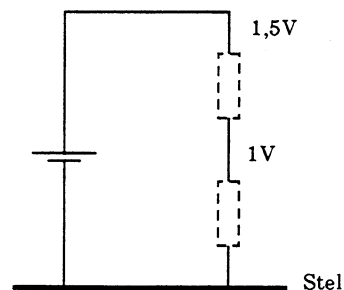


el303-21.ILL

Dette anvendes i tysk litteratur (i engelsk litteratur vender pile modsat).

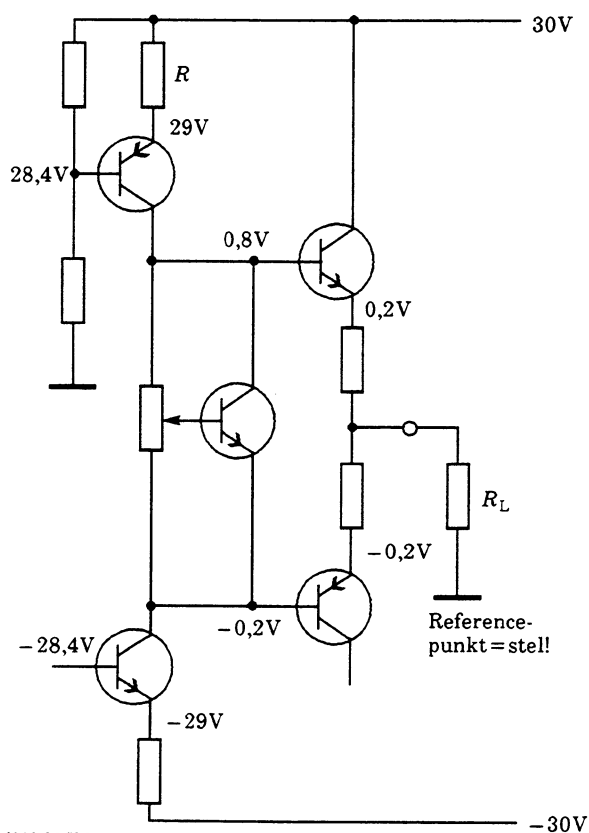
### Referencepunkt

For at imødegå kaos anvendes i diagrammer et fælles referencepunkt. Dette svarer ofte til apparatstel, der er en galvanisk sammenkobling af alle større metaldele samt eventuelt metalkabinnet eller anden form for afskærmning.



el303-22.ILL

De angivne spændinger refererer alle til fællesreferencen stel. Er der intet fortegn, er spændingerne normalt underforstået positive i forhold til referencen, negative spændinger angives med fortegn. Herunder er vist et diagramudsnit som eksempel.



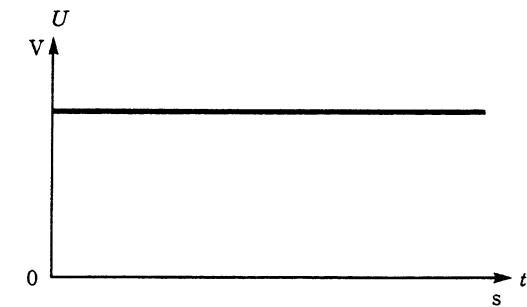
el303-23.ILL

Spændingsfaldet over den udpegede modstand vil være:

$$U_A = 30 - 29 = 1\text{ V}$$

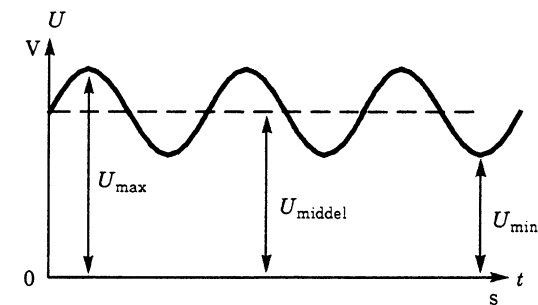
### Stationær og pulserende spænding

Spændingen kan være stationær.



el303-24.ILL

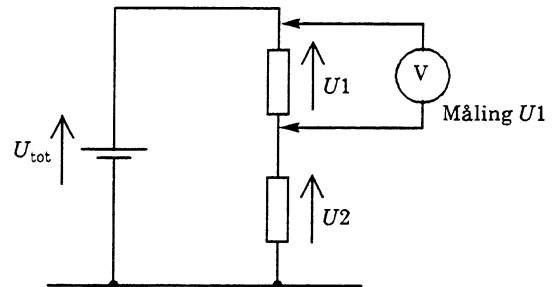
Den har hele tiden samme øjebliksværdi. Spændingen kan være pulserende med de viste værdier.



el303-25.ILL

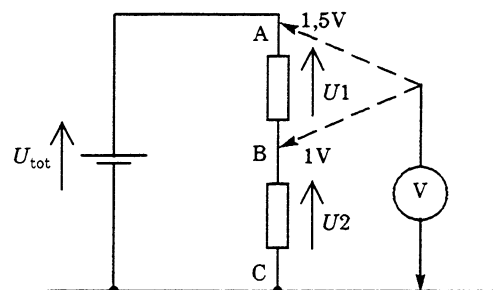
### Spændingsmåling

Ved spændingsmåling anbringes et voltmeter tilsluttet over punkterne, hvor man ønsker spændingen bestemt.



el303-26.ILL

Det er ofte praktisk at måle ud fra referencepunktet (stel) og beregne sig til den målte spænding.



el303-27.ILL

$$U1 = U_{AC} - U_{BC} = 1,5 - 1 = 0,5 \text{ V}$$

Det sidste er praktisk ved fx fejlfinding, når spændingerne er opgivet ud fra stelreference. Ved netdreve måleinstrumenter undgås brumforstyrrelser, der kan give målefejl. Da der måles og beregnes på en differens, er målefejlen stor ved relativt små spændingsforskelle.

For ikke at ændre på forholdene skal voltmeters egenmodstand  $R_I$  være så stor som mulig.

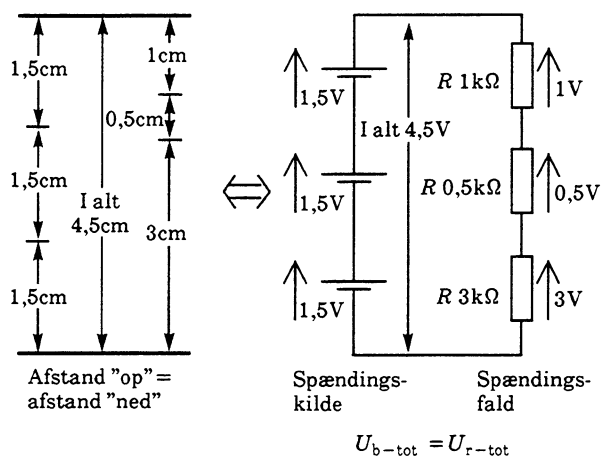


### Kirchhoffs spændingslov

Ved analyse og beregninger på elektriske kredsløb anvendes Kirchhoffs 2. lov spændingsloven:

**Summen af påtrykte spændinger fra spændingskilden er lig med summen af spændingsfald over de ydre komponenter.**

Da spændingsforskel er et begreb, der populært kan sammenlignes med afstandsbegrebet, kan man bruge den viste sammenligning.

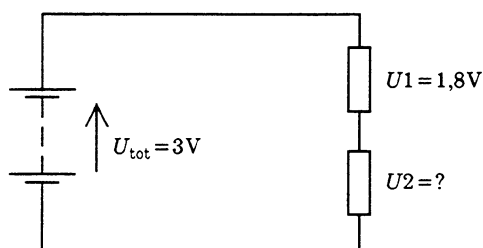


el303-28.ILL

$$U_{b-tot} = 1,5 + 1,5 + 1,5 =$$

$$U_{R-tot} = 1 + 0,5 + 3 = 4,5 \text{ V}$$

I nedenstående tegning anvendes loven til at bestemme spændingen  $U_2$ .



el303-29.ILL

$$U_{b-tot} = U_1 + U_2 \Leftrightarrow$$

$$U_2 = U_{b-tot} - U_1 = 3 - 1,8 = 1,2 \text{ V}$$

Denne fremstilling er forenklet og gælder, når spændingskilden regnes for ideel. Vi vil atter se på loven efter et nærmere bekendtskab med Ohms lov og spændingskilder.

### Modstand

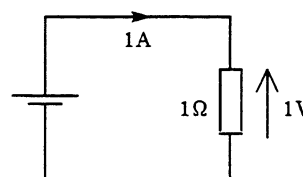
Når en spændingskilde driver en strøm rundt i et sluttet kredsløb, begrænses strømmen af kredsløbets totale modstand, der omfatter indre modstand i spændingskilden (se under "Spændingsgenerator"), modstand i ledningsnet og brugerkomponent (eller komponenter).

I ledningsnettet tilstræbes lavest mulig modstand, mens brugerkomponentens modstand er bestemt af kredsløbets formål.

### Formeltegn og måleenhed

Formeltegnet for modstand er  $R$ , og måleenheden er ohm ( $\Omega$ ).

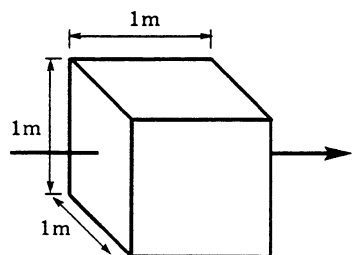
Modstanden er  $1 \Omega$ , når en strøm på  $1 \text{ A}$  giver et spændingsfald på  $1 \text{ V}$ .



el303-30.ILL

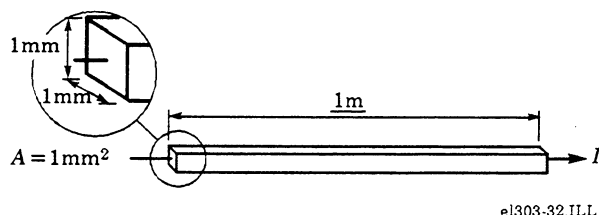
### Specifik modstand

Ved specifik modstand forstås modstanden for et materiale med normerede dimensioner. Ifølge SI-systemet skal den specifikke modstand angives for en terning med kantlængden  $1 \text{ m}$ , hvor strømmen løber ind i den ene flade og ud af den modstående flade.



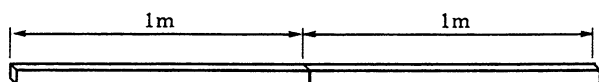
el303-31.ILL

Da ledningstværsnit i kvadratmetre er sjældne, ser man tit den specifikke modstand opgivet for en leder med længden 1 m med tværsnitsarealet 1 mm<sup>2</sup>.



For en kobberledning med de sidst angivne dimensioner findes en modstandsværdi på 0,017 5 Ω ved 20°C (tallet kan svinge lidt med kobberkvaliteten).

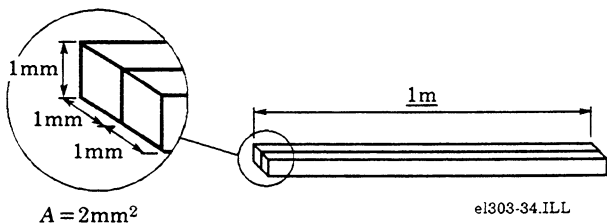
Sætter vi sådanne to ledningsstykker efter hinanden, stiger modstanden til 0,035 Ω, da hvert stykke begrænser strømmen med modstanden 0,017 5 Ω.



el303-33.ILL

Modstanden stiger, når ledningslængden øges.

Sætter vi de to ledningsstykker ved siden af hinanden, så arealet øges til det dobbelte, får strømmen lettere ved at passere. Modstanden falder til 0,008 75 Ω.



A = 2mm<sup>2</sup>

el303-34.ILL

Modstanden falder, når ledningsarealet øges.

Kender man materialets dimensioner, kan man finde modstanden af formelen:

$$R = \frac{Q_{\text{cu}} \cdot l}{A} \quad [\Omega]$$

Hvor  $Q_{\text{cu}}$  er specifik modstand for kobber (cu).

$R$  er modstanden i Ω.  $l$  er længden i m og  $A$  er arealet i mm<sup>2</sup>, hvis den specifikke modstand er opgivet med materialedimensionerne på 1 mm<sup>2</sup>.

For en 10 m lang forlængerledning med kobberledere, hvis tværsnitsareal er 0,75 mm<sup>2</sup>, findes modstanden til:

$$R = \frac{Q \cdot l}{A} = \frac{0,0175 \cdot 20}{0,75} = 0,47 \Omega$$

Med den totale lederlængde på 20 m.

Ved omskrivning af

$$R = \frac{Q_{\text{cu}} \cdot l}{A} \quad [\Omega]$$

kan vi bestemme måleenheden for specifik modstand:

$$Q = \frac{R \cdot A}{l} \quad [\Omega \text{ mm}^2/\text{m}]$$

Måleenheden er her ohm gange kvadratmillimeter pr. meter.

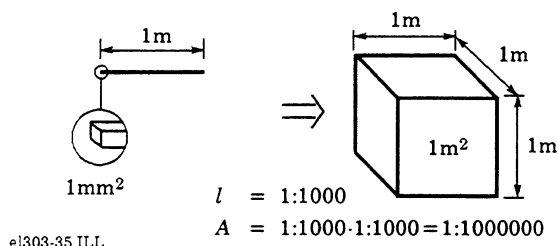
Denne måleenhed findes i mange bøger og er ganske praktisk, da arealer almindeligvis er angivet i mm<sup>2</sup>. Man skal så blot huske at indsætte arealet i mm<sup>2</sup>.

### SI-systemet

SI-systemet er længdemålet standardiseret til meter og arealet til kvadratmeter. Hermed er den korrekte angivelse af specifik modstand.

$$Q = \frac{R \cdot A}{l} \quad \left[ \Omega \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{m}} = \Omega \cdot \text{m} \right]$$

Dette betyder som nævnt, at den specifikke modstand skal være angivet for en terning med kantlængden 1 m.



el303-35.ILL

Dette betyder, at arealet bliver 1 million gg (1 000 000 gg = 1 M gg) større. Herved bliver modstanden tilsvarende mindre, så hvis vi holder os til kobberets specifikke modstand:

$$Q_{\text{cu}} = 0,0175 \Omega \text{ mm}^2/\text{m} = 0,000\,000\,0175 \Omega/\text{m}$$

Der mere bekvemt noteres med præfiks

$$Q_{\text{cu}} = 0,0175 \mu\Omega/\text{m}$$

Ved omregning fra

$$\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$$

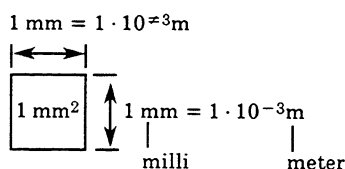
til

$$\frac{\Omega \text{m}^2}{\text{m}} = \Omega \cdot \text{m}$$

er faktoren  $10^6$ .

Ved beregning skal man huske at indsætte arealet i kvadratmeter.

Lad os se på en ledning med tværsnitsarealet 1 kvadratmillimeter.



el303-36

Arealet udtrykt i kvadratmeter bliver:

$$1 \text{ milli} \cdot 1 \text{ milli} = 1 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 1 \cdot 10^{-6} = 1 \mu\text{meter}$$

Da arealforskellen er 1 : 1 000 000, er  $0,75 \text{ mm}^2 = 0,75 \mu\text{m}^2$

Lad os nu beregne modstanden i vor forlængerledning efter SI-normen.

$$R = \frac{Q \cdot l}{A} = \frac{0,0175 \mu \cdot 20}{0,75 \mu} = 0,47 \Omega$$

$R$  er modstanden i ohm,  $l$  er længden i m, og  $A$  er arealet i  $\text{m}^2$ .

Herunder er vist en tabel for specifik modstand for en række metaller angivet i  $\mu\text{ohm}/\text{m}$  samt nogle beregningseksempler.

Materiale	Specifik modstand $Q_{20}$ $\mu\Omega/\text{m}$	Temperaturkoefficient $\alpha_{20}$ $1/^\circ\text{C}$
Aluminium	0,028	0,004
Bly	0,208	0,0038
Kadmium	0,07	0,0038
Fosforbronz	0,078	0,004
Guld	0,023	0,0037
Jern, rent	0,13	0,005
Kobber	0,0175	0,0042
Konstantan	0,5	$\pm 0,0002$
Kviksølv	0,958	0,0009
Nikkel	0,1	0,0047
Platin	0,1	0,0037
Silicium	0,6	-
Sølv	0,0163	0,004
Tin, rent	0,12	0,0046
Vismut	1,2	0,0042
Wolfram	0,055	0,004 - 0,005
Zink	0,062	0,0039

En begrænsermodstand til en akkumulatorlader skal fremstilles med en konstantantråd, der har en diameter på 1 mm. Trådens modstand skal være  $0,2 \Omega$ . Hvad er trådens længde?

Først bestemmes trådarealet:

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (1 \text{ mm})^2 = 0,785 \mu\text{m}^2$$

Herefter findes ved omskrivning og indsætning:

$$R = \frac{Q \cdot l}{A} \Leftrightarrow l = \frac{R \cdot A}{Q} = \frac{0,2 \cdot 0,785 \mu}{0,5 \mu} = 0,314 \text{ m}$$

I en transformators primærvikling er anvendt en kobbertråd med længden 170 m og diameteren 0,25 mm. Hvor stor er trådens ohmske modstand?

$$R = \frac{Q \cdot l}{A} = \frac{Q \cdot l}{\frac{\pi}{4} \cdot D^2} = \frac{0,0175 \mu \cdot 170}{\frac{\pi}{4} \cdot (0,25 \text{ mm})^2} = 15,2 \Omega$$

Bemærk forskellen på længdeangivelsen i m (meter) og præfix m (milli) =  $10^{-3}$ .

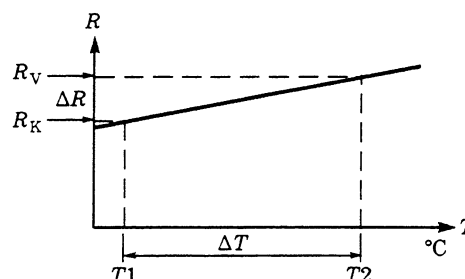
### Materialers temperaturafhængighed

Materialernes modstand er temperaturafhængig. For de fleste metaller stiger modstanden med temperaturen.

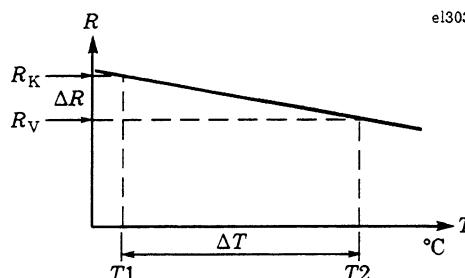
Hvor denne effekt er uønsket ved fx præcisionsmodstande i måleinstrumenter, anvendes egnede metallegeringer, hvor man ved specielle varmebehandlinger har opnået en meget lille temperaturafhængighed.

### Temperaturkoefficient

Med temperaturkoefficienten kan man bestemme materialernes modstandsændring inden for små temperaturintervaller. Koefficientens fortegn angiver, om modstandsændringen er positiv eller negativ. I en  $R = f(T)$  graf ser forholdene således ud:



Positiv temperaturkoefficient



el303-37.ILL

Negativ temperaturkoefficient

Temperaturkoefficienten angives i promille pr. °C:  $\text{‰/}^\circ\text{C}$ , for kobber eksempelvis  $4,2 \text{ ‰/}^\circ\text{C}$ , pr.  $\Omega$ .

Dette betyder, at modstanden stiger med en faktor på  $\alpha$  for hver gang, temperaturen stiger  $1^\circ$ . Hermed er modstandsændringen  $\Delta R$  pr.  $\Omega$ .

$$\Delta R = \alpha \cdot \Delta T$$

For kobber med  $\alpha = 0,0042$  ved en temperaturstigning på  $10^\circ\text{C}$  er modstandsændringen:

$$\Delta R = 0,0042 \cdot 10 = 0,042 \Omega$$

Da hver lille modstandsdel på  $1\ \Omega$  ændrer sig, som beskrevet, bliver den samlede ændring ved vilkårlige modstandsværdier:

$$\Delta R = \alpha \cdot \Delta T \cdot R_K$$

Eksempelvis er ændringen ved en modstand på  $100\ \Omega$ :

$$\Delta R = 0,0042 \cdot 10 \cdot 100 = 4,2\ \Omega$$

Ved en temperaturstigning på  $10^\circ\text{C}$  har modstanden ændret værdi fra  $100\ \Omega$  til  $104,2\ \Omega$ .

$$R_V = R_K + \Delta R = 100 + 4,2 = 104,2\ \Omega$$

Ved indsætning og omskrivning kan vi lave en færdig formel:

$$R_V = R_K + (R_K \cdot \alpha \cdot \Delta T) = R_K (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

$R_V$  er modstanden ved temperaturen  $T_2$ ,  $R_K$  er modstanden ved temperaturen  $T_1$ ,  $\alpha$  er temperaturkoefficienten ved stuetemperatur, og  $\Delta T$  er temperaturintervallet  $T_1$  til  $T_2$ .

Denne lineære sammenhæng gælder som nævnt kun ved små temperaturintervaller (set ud fra det absolutte nulpunkt  $-273^\circ\text{K}$ ).

### Beregningseksempler

I en glødelampe har glødetråden en modstand på  $60\ \Omega$  ved stuetemperaturen  $20^\circ\text{C}$ . Når lampen lyser, er trådens temperatur  $2\ 000^\circ\text{C}$ . Hvor stor er trådens modstand, når lampen er tændt?

Temperaturkoefficienten for wolfram angives inden for temperaturintervallet til gennemsnitsværdien  $0,005\ ^\circ\text{C}$ .

$$R_V = R_K (1 + \alpha \cdot \Delta T) = 60 (1 + 0,005 \cdot 1\ 980) = 654\ \Omega$$

Eksemplet er retningsgivende, da der regnes over et stort temperaturinterval.

En transformers viklingstemperatur under drift ønskes overslagsmæssigt bestemt ved at måle modstanden ved stuetemperatur på den strømløse transformator og herefter måle modstanden, når transformatoren under normale brugerforhold har været belastet, indtil driftstemperaturen er stationær.

Ved stuetemperatur er viklingsmodstanden  $21\ \Omega$  ubelastet. Ved belastning er modstanden  $27,6\ \Omega$ .

Først findes  $\Delta R$ :

$$\Delta R = 27,6 - 21 = 6,6\ \Omega$$

Ved omskrivning og indsætning findes:

$$\Delta R = R_K \cdot \alpha \cdot \Delta T \Leftrightarrow$$

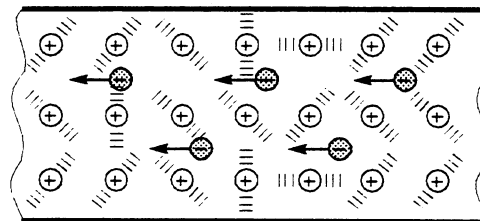
$$\Delta T = \frac{\Delta R}{R_K \cdot \alpha} = \frac{6,6}{21 \cdot 0,0042} = 75^\circ\text{C}$$

Driftstemperaturen er:

$$T_{\text{Drift}} = T_{\text{Stue}} + \Delta T = 20 + 75 = 95^\circ\text{C}$$

### Metallers og legeringers temperaturafhængighed

Ved temperaturstigning udfører atomerne i et metalgitter livligere svingninger. Herved kolliderer flere strømbærende elektroner med de svingende atomer. Elektronstrømmen "afbremses", og materialemodstanden stiger.

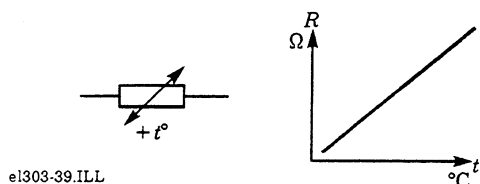


Øget molekylebevægelse  $\Rightarrow$  Øget "afbremsning"

el303-38.ILL



Denne egenskab udnyttes i visse typer PTC-modstande.

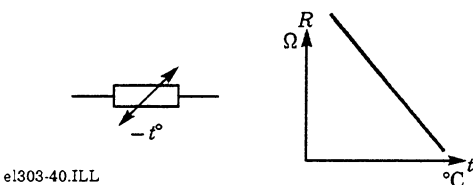


el303-39.ILL

På grund af den uregelmæssige atomstruktur i legeringer (se under "Stoffers opbygning") er den specifikke modstand op til 100 gg større end i rene metaller. Temperaturen får derfor mindre betydning for modstandsforøgelsen.

#### Halvlederes temperaturafhængighed

Når molekylerne i et halvledermateriale ved temperaturstigning udfører livligere bevægelser, frigøres der flere strømbærende elektroner. Halvledermaterialer har derfor negativ temperaturkoefficient, modstanden falder ved stigende temperatur. Denne egenskab udnyttes i NTC-modstande.



el303-40.ILL

#### Modstandsændring ved mekanisk deformation

Modstanden i en metaltråd ændres ved mekanisk deformation. Dette udnyttes i modstande til deformationsmåling kaldet "strain gauge". Ved strækning af tråden øges længden, trådarealet mindskes, og den specifikke modstand stiger.

Af formlen:

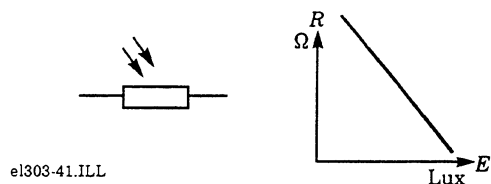
$$R = \frac{Q \cdot l}{A} \quad \begin{array}{l} \Leftarrow \text{stiger begge} \\ \Leftarrow \text{aftager} \end{array}$$

ses, at modstanden stiger ved strækning. Modstandsmaterialet kan være konstantan.

Strain gauges anvendes i elektroniske vægte, til deformationsmålinger på flyvinger, broers bæredragere mv., hvor de klistres på det element, hvor man ønsker deformationen bestemt.

#### Modstandsændring ved lyspåvirkning

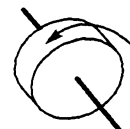
Når halvledermaterialer belyses, frigøres der strømbærende elektroner ved den absorberede strålingsenergi. Dette betyder, at modstanden falder ved belysning. Denne effekt udnyttes i LDR-modstande, fotodioder og -transistorer.



el303-41.ILL

#### Supralledning

Ved afkøling til nær det absolutte nulpunkt ( $0^{\circ}\text{K} = -273^{\circ}\text{C}$ ) af visse metaller som aluminium, kviksølv eller tin eller af visse keramiske materialer optræder et fænomen, som kaldes supralledning. Ved supralledning er materialets modstand praktisk taget nul ohm, hvilket betyder, at der næsten ikke bruges energi til elektrontransporten. Hvis der induceres en strøm i en supralledende ring, vil denne kunne løbe i lang tid uden yderligere tilførsel af energi. Effekten kan sammenlignes med et svinghjul, der roterer i praktisk taget friktionsfrie lejer.



el303-42ILL

Supralledning udnyttes bl. a. i hukommelser i dataanlæg.

#### Ledningsevne

I visse sammenhænge er det praktisk at anvende begrebet ledningsevne, der er reciprok værdien af modstand.

Ledningsevne skal opfattes som en god egenskab, når man ønsker at "transportere" elektricitet uden spændingstab.

Metallerne besidder gode ledningsevner. Supralledere besidder ideel ledningsevne, og der forskes ivrigt i at finde supralledere, der kan fungere ved rimelige arbejdstemperaturer for at spare energi ved strømtransport.

Formeltegnet for ledningsevne er  $G$ , og måleenheden er siemens (S).

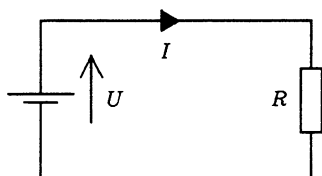
$$G = \frac{1}{R} = R^{-1}$$

Ved omregning ses, at en **lille modstandsværdi** svarer til en **stor ledningsevne** og omvendt.

$$R = 0,01 \, \Omega, G = \frac{1}{0,01} = 100 \, \text{S}$$

$$R = 100 \, \Omega, G = \frac{1}{100} = 0,01 \, \text{S}$$

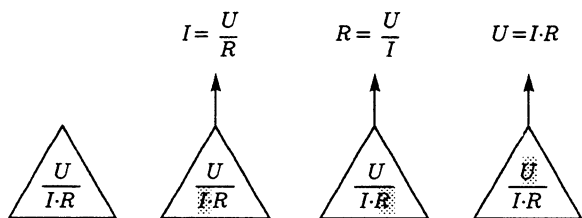
### Ohms lov



el303-43.ILL

Sammenhængen mellem spænding, strøm og modstand er udtrykt i Ohms lov:

$$I = \frac{U}{R}, R = \frac{U}{I} \text{ og } U = I \cdot R$$



el303-44.ILL

$U$  er spændingen i volt,  $I$  er strømmen i ampere og  $R$  er modstanden i ohm.

Til en begyndelse kan man anvende den viste regnetrekant.

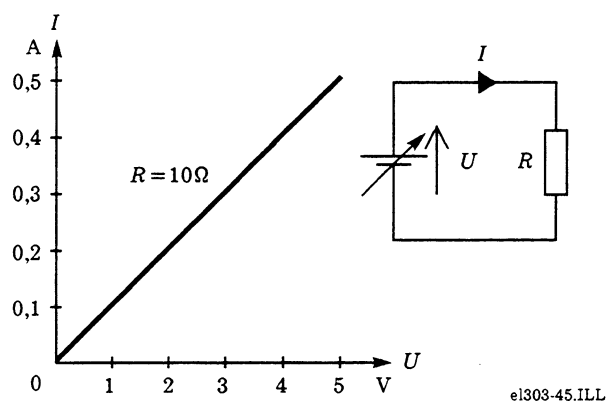
Ved tildækning af den ukendte størrelse kan man "læse" den ønskede formel.

Bemærk, at spændingen  $U$  aldrig forekommer i nævneren.

Ohms lov anvendes i øvrigt i så udstrakt grad i elektronikfaget, at den bør ligge "på rygraden" som paratviden.

### Regelsæt

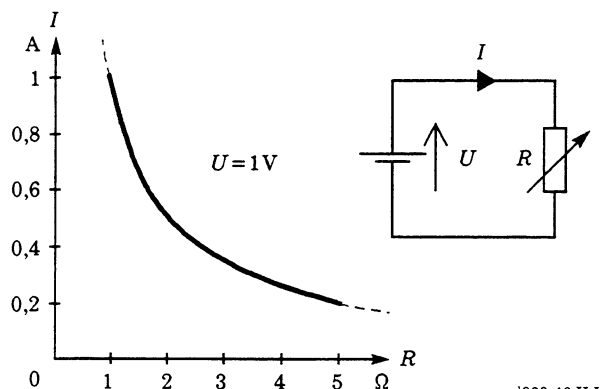
I en grafisk afbildning af  $I = f(U)$  med  $R = 10 \, \Omega$  ser vi, at: **Større spændingsforskel giver større strøm.**



el303-45.ILL

Dette bekræfter opfattelsen af, at spændingen "driver strømmen rundt" i et sluttet elektrisk kredsløb. Dette er i øvrigt grundformen for Ohms lov, der beskriver, at den lineære modstand (resistans) er forholdet  $U/I$ .

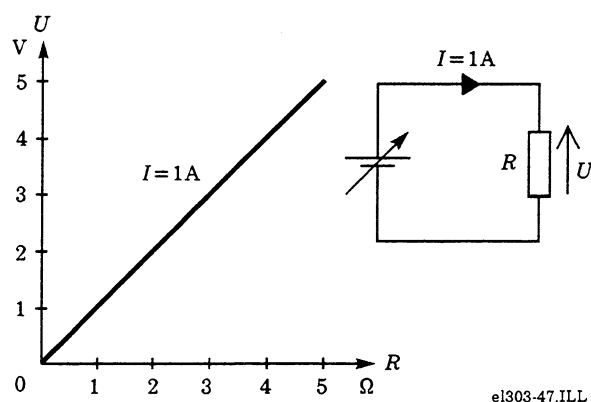
Afbilder vi  $I = f(R)$  med  $U = 1$  volt ser vi, at: **Når modstanden øges, falder strømmen i kredsløbet.**



el303-46.ILL

Grænseværdien opad er en afbrydelse, der medfører, at strømmen går i stå. Denne situation kan vi komme tæt til, da gode isolatorer har en meget stor isolationsmodstand. Grænseværdien nedad er fiktiv, da det kræver uendelig megen energi at drive en uendelig stor strøm i en modstand på  $0 \Omega$ .

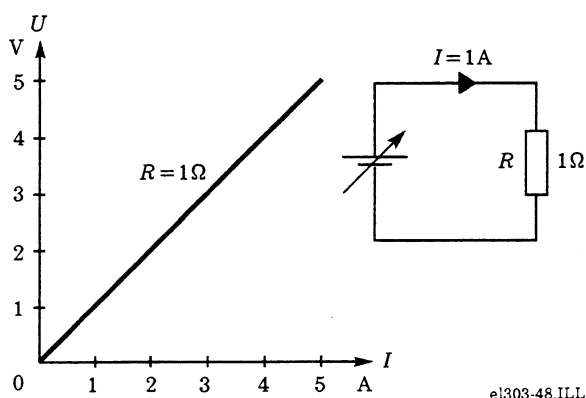
En graf over  $U = f(R)$  ved  $I = 1 \text{ A}$  ser således ud:



Denne fortæller, at: **Ved samme strøm stiger spændingen proportionalt med modstanden.**

Grænseværdien nedad finder vi ved at måle potentialeforskelle over  $0 \Omega$ . Grænseværdien opad er begrænset af, at der ikke findes uendelige store spændinger og modstande.

Til slut vises en graf over  $U = f(I)$  med  $R = 1 \Omega$ :



Denne viser, at: **Øges strømmen i et kredsløb gennem en given modstand, stiger spændingen proportionalt med strømmen.**

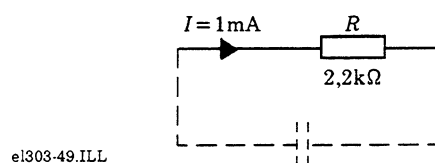
Grænseværdien nedad er nul, mens værdien opad begrænses af praktisk mulige strømme og spændinger.

I forbindelse med kredsløbsanalyse og evt. -dimensionering, ved fejlfinding og justering på elektroniske apparater er dette regelsæt sammen med Kirchhoffs strøm- og spændingslov grundstammen i den viden, der adskiller fagmanden fra fuskere.

Sammenholdt med de store talvariationer, der forekommer i elektronikken og den hermed udstrakte anvendelse af præfiks, kræver det en indsats at få lært disse love, så de er et nyttigt værktøj i det daglige arbejde. Hertil kræves en aktiv arbejdsindsats med opgaveløsninger, praktiske måleøvelser og kredsløbsanalyser. Afhængigt af den enkeltes interesse og evner tager det erfaringsmæssigt fra nogle måneder op til (mange) år, før målet er nået.

### Anvendelseseksempler - Ohms lov Almene regneeksempler

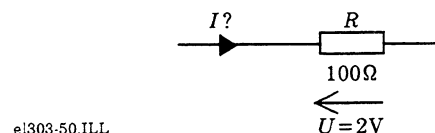
Bestem spændingsfaldet over den viste modstand.



$$U = I \cdot R = 1 \text{ m} \cdot 2,2 \text{ k} = 2,2 \text{ V}$$

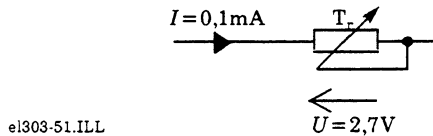
Omskrivning af præfiks til tipotens vises ikke, da det må tilrådes at beherske dette som hovedregning.

Find strømmen gennem den viste modstand.



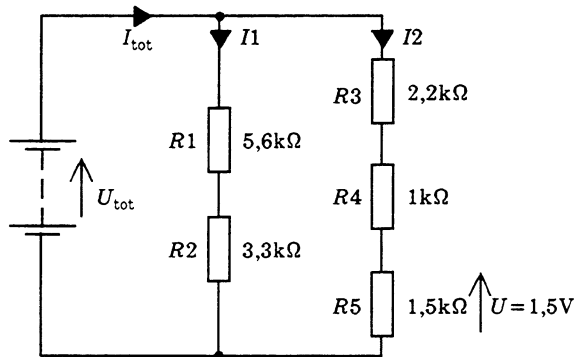
$$I = \frac{U}{R} = \frac{2}{100} = 0,02 = 20 \text{ mA}$$

Bestem modstanden i den viste trimmer.



$$R = \frac{U}{I} = \frac{2,7}{0,1 \text{ m}} = 27 \text{ k}\Omega$$

Mange opgaveforfattere elsker sammensatte opgaver på denne form:



Bestem totalspændingen  $U_{\text{tot}}$ , totalstrømmen  $I_{\text{tot}}$  og kredsløbets totalmodstand.

$$I_2 = \frac{U_{R5}}{R5} = \frac{1,5}{1,5 \text{ k}} = 1 \text{ mA}$$

$$U_{R4} = I_2 \cdot R4 = 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ k} = 1 \text{ V}$$

$$U_{R3} = I_2 \cdot R3 = 1 \text{ m} \cdot 2,2 \text{ k} = 2,2 \text{ V}$$

Ifølge spændingsloven:

$$U_{\text{tot}} = U_{R3} + U_{R4} + U_{R5} = 2,2 + 1 + 1,5 = 4,7 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{U_{\text{tot}}}{R1 + R2} = \frac{4,7}{(5,6 + 3,3) \text{ k}} = 0,52 \text{ A}$$

Ifølge strømloven:

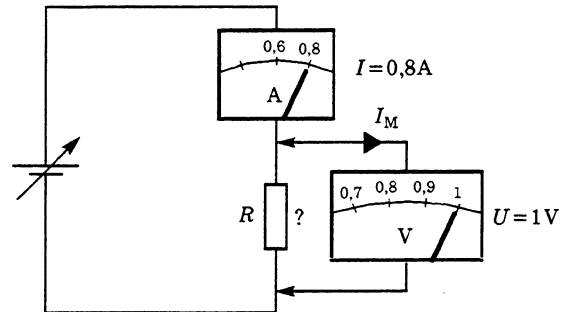
$$I_{\text{tot}} = I_1 + I_2 = (0,52 + 1) \text{ m} = 1,52 \text{ mA}$$

$$R_{\text{tot}} = \frac{U_{\text{tot}}}{I_{\text{tot}}} = \frac{4,7}{1,52} = 3,09 \text{ k}\Omega$$

Der findes et utal af denne type opgaver. Mangler du rutine, så find dem, og øv dig.

### Modstandsmåling

Til bestemmelse af totalmodstand i en enkeltmodstand eller et kredsløbsnetværk er strøm- og spændingsmetoden altid god.



Aflæses spændingen i ovenstående til 1 V og strømmen til 0,8 A, findes med Ohms lov:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{1}{0,8} = 1,25 \Omega$$

Usikkerheden ligger i, at voltmetrets målestrøm ( $I_M$ ) løber gennem amperemetret. Da man ved små modstande kan anvende en rimelig stor målestrøm (se under "Effekt"), er denne metode den bedste ved måling af lave modstandsværdier.

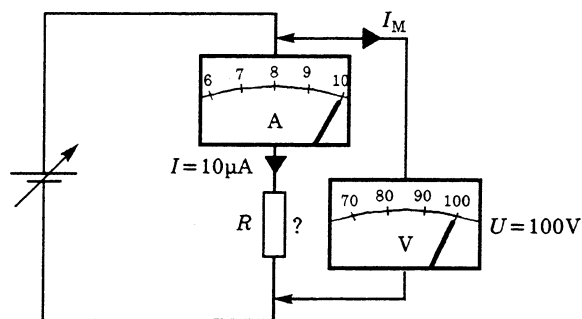
Princippet kaldes "rigtig spændingsmetode", fordi voltmetret viser den korrekte spænding, mens amperemetret også registrerer voltmetrets målestrøm.

Har voltmetret en indre modstand ( $R_V$ ) på 10 MΩ, er målestrømmen beregnet med Ohms lov:

$$I = \frac{U}{R_V} = \frac{1}{10 \text{ M}} = 0,1 \mu\text{A}$$

Dette giver en tilvækst på målestrømmen på 1/1 000 000, hvilket er uden betydning.

Ved måling på store modstandsværdier kobles instrumenterne som vist.



el303-54.ILL

Med Ohms lov findes:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{100}{10 \mu} = 10 \text{ M}\Omega$$

Metoden betegnes "rigtig strømmetode". Den store modstand vil tillade en relativ høj målespænding for at opnå en acceptabel målestrøm.

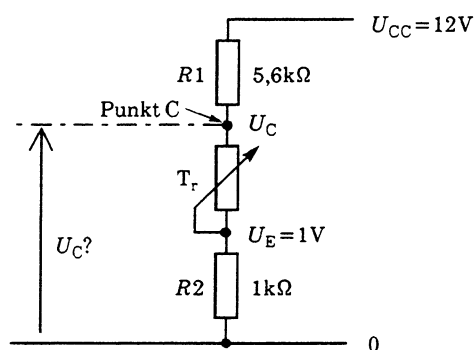
Dette gør spændingsfaldet over amperemetret ubetydende, mens målestrømmen i voltmetre, der er

$$I_M = \frac{U}{R_V} = \frac{100}{10 \text{ M}} = 10 \mu\text{A}$$

vil doble målestrømmen, hvis voltmetre er koblet efter amperemetret. Dette giver en 100% målefejl.

### Spændingsberegning

I det viste kredsløb skal spændingsforskellen mellem punkt C og referencepunktet stiel bestemmes med de givne oplysninger. Bemærk, at spændingsangivelser refererer til fællesreferencen stiel.



el303-55.ILL

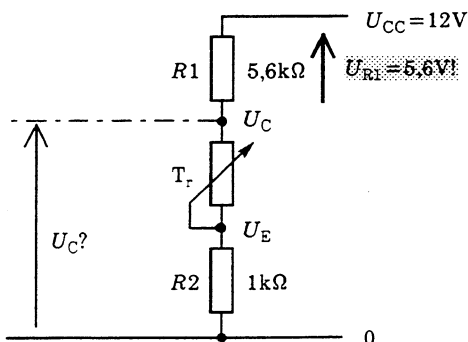
Først bestemmes strømmen. Den kan findes, da spændingsfaldet over R2 og størrelsen på R2 er kendt.

$$I = \frac{U_{R2}}{R2} = \frac{1}{1k} = 1 \text{ mA}$$

Nu kan spændingsfaldet over R1 bestemmes:

$$U_{R1} = I \cdot R1 = 1 \text{ m} \cdot 5,6 \text{ k} = 5,6 \text{ V}$$

Her ophører mange begynderes tålmodighed åbenbart, da de ofte angiver dette som spændingen i punkt C refererende til stiel. Men det var spændingsfaldet over R1, vi fandt:

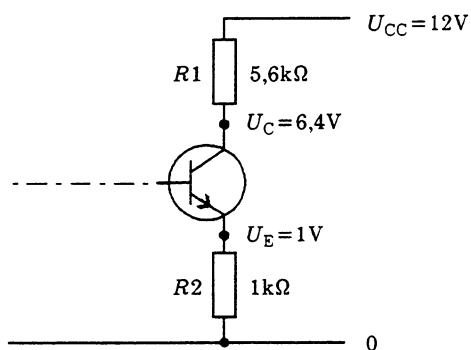


el303-56.ILL

$U_C$  vil være spændingen  $U_{CC} - U_{RC}$ :

$$U_C = U_{CC} - U_{RC} = 12 - 5,6 = 6,4 \text{ V}$$

Overført til et transistortrin vil forholdene være som vist.

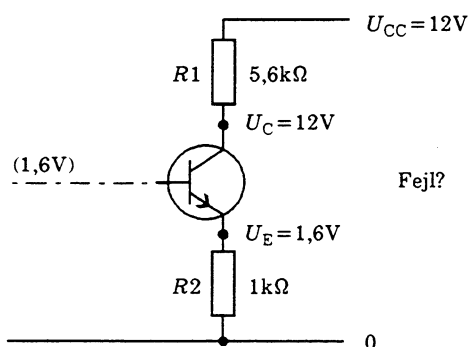


el303-57.ILL

### Komponentfejlfinding

Ved fejlfinding på elektroniske kredsløb på printkort er det vanskeligt at åbne de enkelte strømkanaler og indskyde amperemetre. Man anvender derfor spændingsmålinger ud fra referencepunkt (stel) og beregner forventede strømme med Ohms lov.

Herunder er vist trinnet fra tegningen ovenfor med en komponentfejl, der giver de viste spændinger. Opgaven er, ud fra Kirchhoffs love og Ohms lov, at bestemme, hvilken komponent der er defekt.



el303-58.ILL

Umiddelbart ser det ud til, at  $R1$  er kortsluttet, da der ikke længere er nogen potentialeforskel over den. Dette kan ikke blankt afvises, men det er sjældent, at modstande kortslutter på grund af deres fysiske udformning. Hvor stor er strømmen, når potentialeforskellen over modstanden er 0?

$$I = \frac{U_{R1}}{R1} = \frac{U_{CC} - U_C}{R1} = \frac{12 - 12}{5,6 \text{ k}} = \frac{0}{5,6 \text{ k}} \Rightarrow 0, \text{ A}$$

Dette indikerer, at strømmen er ophørt.

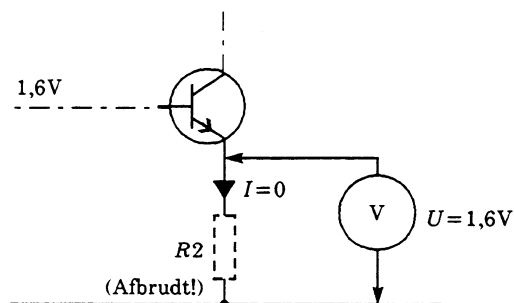
Ser vi på spændingsfaldet over  $R2$ , giver dette strømmen:

$$I = \frac{U_{R2}}{R2} \approx \frac{1,6}{1 \text{ k}} = 1,6 \text{ mA}$$

Da strømmen i en fælles strømvej bør være den samme, er der noget galt. Er  $R1$  i orden, er der kun en enkelt mulighed tilbage, hvilken?

Strømberegningen ved  $R2$  har kun sin gyldighed, hvis  $R2$  er i orden.

Fejlen er, at  $R2$  er afbrudt. Spændingen på 1,6 V fremkommer via transistoren. Bemærk, at der sagtens kan være en potentialeforskel uden strøm, men der er ikke længere et sluttet kredsløb.



el303-59.ILL

Der er set bort fra målestrømmen, der kan forårsage, at voltmetret viser en lavere værdi.

## Spændingsgenerator

### Ækvivalentdiagram

Indtil nu har vi betragtet en spændingskilde som værende ideel med samme afgivne spænding, uanset belastningen. Ved praktiske spændingskilder falder den afgivne spænding mere eller mindre ved belastning.

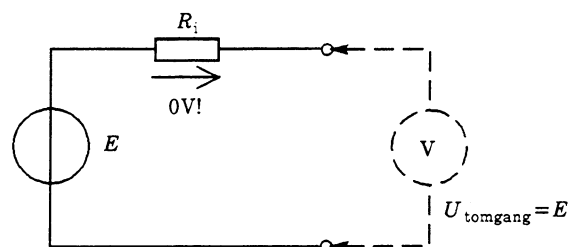
Dette kræver en udvidet opfattelse af den elektriske energikilde. Hertil anvendes nedenstående fremgangsmåde, hvor man erstatter batterisymbolet med en "beregningsmodel", et ækvivalentdiagram.

Spændingskilden betragtes som en ideel generator med konstant spænding  $E$  i serie med en indre modstand  $R_i$ . Spændingen på tilslutningsklemmerne, også kaldet polerne, kaldes logisk nok for klem- eller polspændingen.

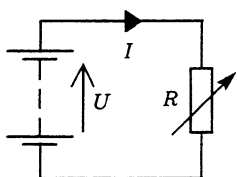
### Ubelastet spændingskilde

Spændingskilden kaldes åben eller ubelastet, når den ikke afgiver strøm. Klemspændingen kaldes i dette tilfælde for tomgangsspændingen. Uden strøm er der intet spændingsfald over den indre modstand, og tomgangsspændingen er lig med spændingen  $E$ , kaldet den elektromotoriske kraft (emk).

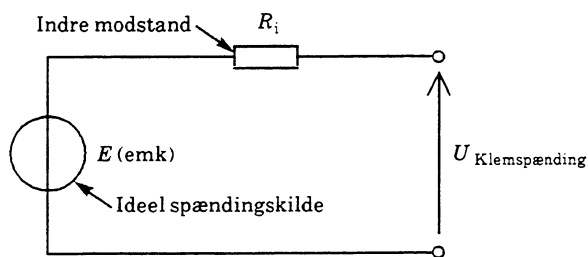
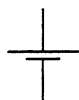
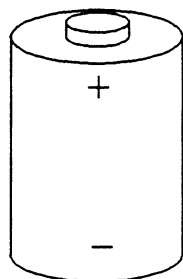
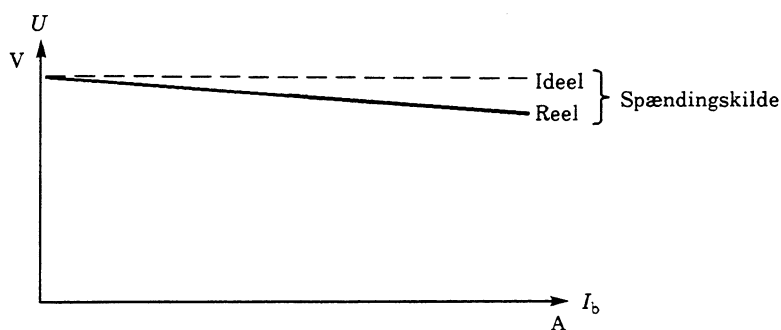
Man kan tilnærmet bestemme tomgangsspændingen med et voltmeter, når voltmetrets målestrøm er meget lille.



el303-62.ILL



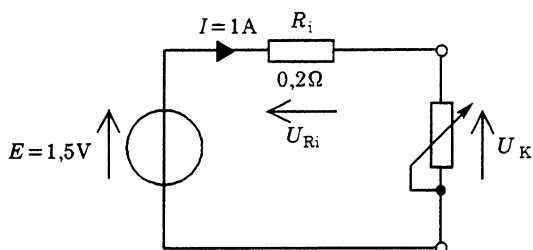
es111-60.ILL



el303-61.ILL

**Belastet spændingskilde**

Sættes en belastning på klemmerne, dannes et lukket kredsløb, og der løber en strøm fra plus til minus (den vedtagne strømretning). Der opstår nu et spændingsfald, så klemspændingen falder.



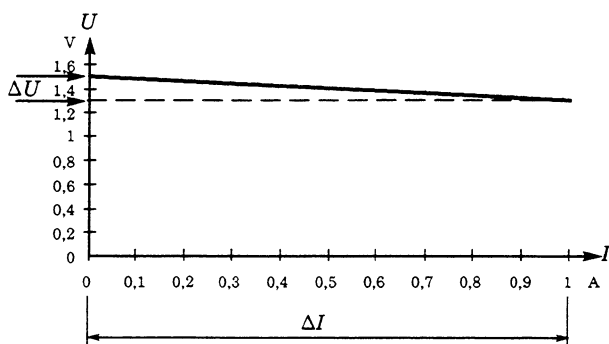
el303-63.ILL

Når den indre modstand og belastningsstrømmen er kendt, kan klemspændingen beregnes til:

$$U_K = E - U_{Ri} = E - I \cdot R_i = 1,5 - 1 \cdot 0,2 = 1,5 - 0,2 = 1,3 \text{ V}$$

Klemspændingen er lig med den ideelle spænding  $E$  minus spændingsfaldet over  $R_i$ .

Optages en kurve for  $U = f(I)$  for en spændingskilde, findes den viste graf, hvor hældningen er bestemt af den indre modstand.

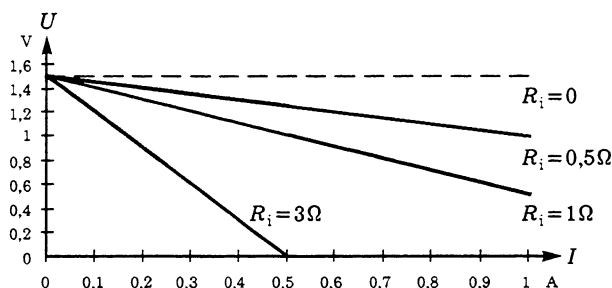


el303-64.ILL

Den indre modstand kan beregnes ved at dividere spændingsændringen over den indre modstand med strømændringen:

$$R_i = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{1,5 - 1,3}{1,0} = \frac{0,2}{1} = 0,2 \Omega$$

I nedenstående kurve er  $U = f(I)$  vist ved forskellige værdier for  $R_i$ . Som det ses, skal  $R_i$  være så lille som mulig, hvis spændingen skal være stabil, uanset belastningsstrømmen.



el303-65.ILL

**En ideel spændingsgenerator er karakteriseret ved, at den indre modstand nærmer sig nul.**

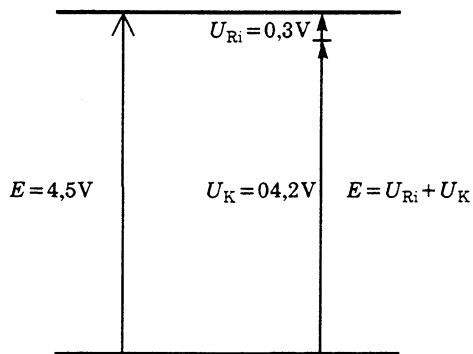
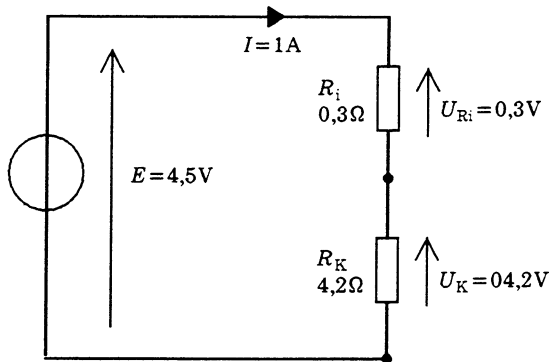
Dette kan realiseres i strømforsyninger ved hjælp af elektronisk stabilisering.



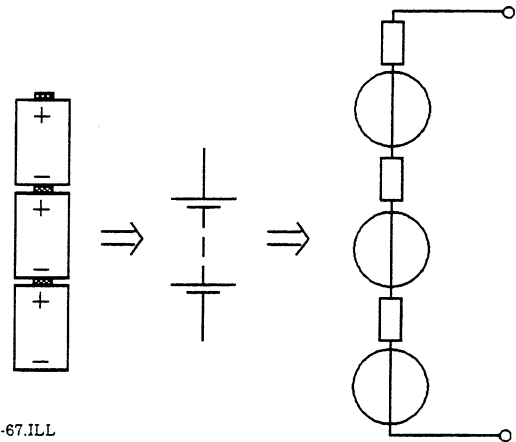
**Ohms 2. lov**

Med denne nye viden kan Kirchhoffs spændingslov færdiggøres:

I et lukket kredsløb er summen af samtlige elektromotoriske spændinger lig med summen af spændingsfald over indre modstande og ydre kredsløb.



el303-66.ILL

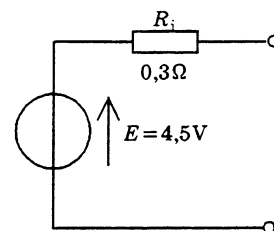
**Spændingskilder i serie**

el303-67.ILL

Serieforbindes spændingskilder med den viste polarisation, kan der opstilles et ækvivalentdiagram, hvor:

- Den resulterende emk ( $E$ ) er lig med summen af de enkelte spændingskilders emk
- Den resulterende indre modstand er lig med summen af de enkelte spændingskilders indre modstand

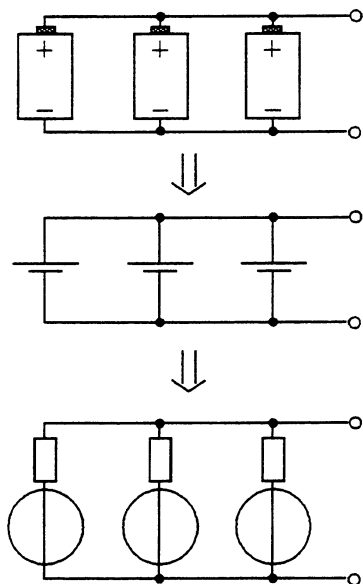
Hvis elementerne i ovenstående hver har en emk på 1,5 V og en indre modstand på 0,1  $\Omega$ , gælder den viste ækvivalent.



el303-68.ILL

### Spændingskilder i parallel

Spændingskilder med samme emk kan parallelforbindes.



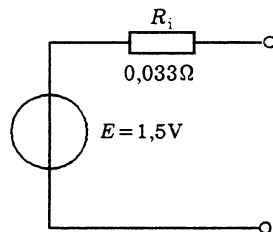
el303-69.ILL

Ved parallelforbindelsen bliver  $R_i$  mindre. For spændingskilder med samme  $R_i$  bliver den resulterende indre modstand:

$$R_i = \frac{R_i}{N}$$

hvor  $N$  er antal elementer.

Forbindes elementerne fra serieforbindelsen i parallel, findes:



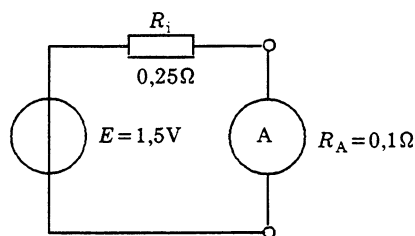
el303-70.ILL

$$R_i = \frac{R_i}{N} = \frac{0,1}{3} = 0,033\Omega$$

### Beregningseksempler

Når et tørrelement udsledes, stiger den indre modstand. Elementets tilstand kan kontrolleres ved kortvarigt at måle kortslutningsstrømmen med et amperemeter.

Hvor stor bliver kortslutningsstrømmen, hvis elementets emk = 1,5 V, dets indre modstand er 0,25  $\Omega$ , og amperemetrets klemmodstand  $R_A$  er 0,1  $\Omega$ ?



el303-71.ILL

$$I_K = \frac{E}{R_i + R_A} = \frac{1,5}{0,35} = 4,3\text{ A}$$

På et tilsvarende element måles en kortslutningsstrøm på 0,7 A. Hvor stor er den indre modstand?

$$R_i = \frac{E}{I_K} - R_A = \frac{1,5}{0,7} - 0,1 \approx 2\Omega$$

En 12 volts bilakkumulator belastes ved motorstart i koldt vejr med en strøm på ca. 100 A, herved falder klemspændingen til 6 V. Hvor stor er akkumulatorens indre modstand?

Spændingsfaldet over den indre modstand er:

$$U_{Ri} = U_t - U_{bel} = 12 - 6 = 6\text{ V}$$

Ved strømmen 100 A findes:

$$R_i = \frac{U_{Ri}}{I} = \frac{6}{100} = 0,06\Omega$$

Hvor stor er akkumulatorens kortslutningsstrøm?

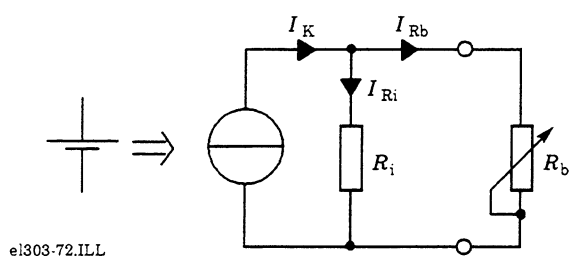
$$I_K = \frac{E}{R_i} = \frac{12}{0,06} = 200\text{ A}$$

Man skal ikke uopmærksomt ”komme til” at kortslutte en akkumulator!

## Strømgenerator

### Ækvivalentdiagram

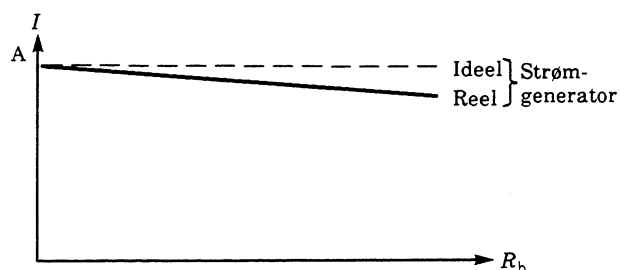
En elektrisk energikilde kan også betragtes som en strømgenerator, hvor den viste ækvivalent benyttes.



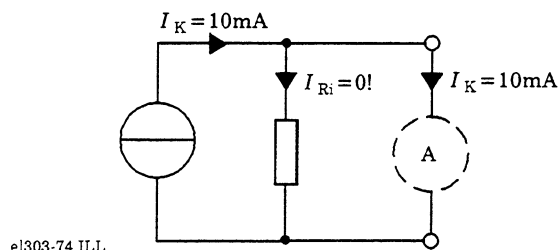
Cirklen illustrerer en ideel strømgenerator, der pr. definition har en uendelig stor indre modstand, vist med tværstregen. Man må så tage fantasien til hjælp for at forestille sig, at der kan drives en strøm i et ydre kredsløb af en generator, der pr. definition har uendelig stor modstand.

Parallelt med udgangsklemmerne tegnes en modstand der er den reelle generators indre modstand ( $R_i$ ).

Belastes generatoren med en variabel modstand, findes for  $I = f(R_b)$ :



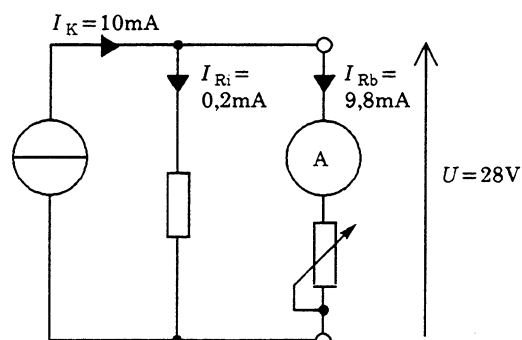
### Beregning af indre modstand



Kortsluttes generatoren, vil spændingen over den indre modstand være 0, hermed er  $I_{Ri} = 0$ . Strømmen  $I_K$  løber i kortslutningen.

$I_K$  kan tilnærmest bestemmes med et amperemeter med lav klemmodstand i forhold til  $R_i$ .

Nu indsættes en belastning afpasset, så generatoren afgiver en spænding tæt ved maksimalværdien, som strømgeneratoren kan arbejde ved.



Nu vil strømmen i den ydre belastning være faldet en smule, da der nu løber en strøm  $I_{Ri}$  i den indre modstand på grund af spændingen, der her som eksempel er 28 V.

Ifølge strømloven er:

$$I_K = I_{Ri} + I_{Rb} \Leftrightarrow I_{Ri} = I_K - I_{Rb}$$

$$I_{Ri} = (10 - 9,8) \text{ m} = 0,2 \text{ mA}$$

Nu kan  $R_i$  bestemmes med Ohms lov:

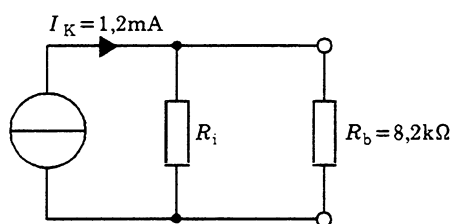
$$R_i = \frac{U_{Ri}}{I_{Ri}} = \frac{28}{0,2 \text{ m}} = 140 \text{ k}\Omega$$

Da  $I_{Rb}$  aftager med  $I_{Ri}$  ved øget belastningsmodstand (hvor  $U$  stiger), skal  $R_i$  være størst mulig.

**En ideel strømgenerator er karakteriseret ved, at dens indre modstand er (tilnærmet) uendelig stor.**

### Beregningseksempler

En strømgenerator med stor indre modstand afgiver en strøm  $I_K$  på 1,2 mA. Hvor stor er klemspændingen, når den belastes med en modstand på 8,2 k $\Omega$ ?

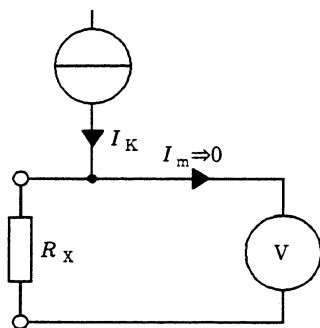


el303-76.ILL

Da  $R_i$  ikke er angivet, findes:

$$U \approx I_K \cdot R_b = 1,2 \text{ m} \cdot 8,2 \text{ k} = 9,8 \text{ V}$$

I nyere multimetere anvendes det viste princip til ohmmåling.



el303-77.ILL

Det viste voltmeter måler spændingen med en ubetydende målestrøm.

Hvor stor er  $R_X$ , hvis metret viser 0,68 V, og  $I_K$  er 0,1 mA?

Ifølge Ohms lov:

$$R_X = \frac{U_{RX}}{I_K} = \frac{0,68}{0,1 \text{ m}} = 68 \text{ k}\Omega$$

Områdeskift sker ved at ændre strømmen  $I_K$ . Hvor stor skal  $I_K$  være for fuld udslag (1 V) ved  $R_X = 1 \text{ k}\Omega$ ?

$$R_X = \frac{U_{RX}}{I_K} \Leftrightarrow I_K = \frac{U_{RX}}{R_X} = \frac{1}{1 \text{ k}\Omega} = 1 \text{ mA}$$

### Effekt og energi

#### Definitioner

**Ved elektrisk effekt forstås udført arbejde pr. tidsenhed.**

Effektbegrebet kan belyses med nogle praktiske eksempler.

En arbejdssøgende i byggebranchen fortæller, at han kan flytte 500 mursten 10 meter i løbet af en time. Vedkommende angiver noget om sin arbejds effekt.

En fabrikant har en maskine, der kan udstanse 40 kapsler i sekundet. Dette udtrykker maskinens effekt.

**Ved energi forstås det udførte arbejde, der er effekt gange tid.**

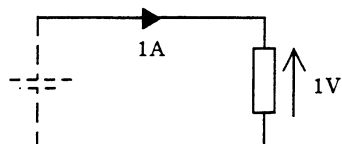
Hvis vi nu ansætter ovennævnte arbejdssøgende i 7 timer, og vedkommende flytter mursten med den arbejds effekt, han har angivet, skulle der gerne være flyttet 7 gange 500 mursten de nævnte 10 meter. Der er flyttet 3 500 sten de 10 meter. Vi udtrykker det udførte arbejde ved at gange arbejds effekten med tiden.

Hvis vor fabrikant starter sin maskine i 60 sekunder, bliver der udstanset 40 gange 60 = 2 400 kapsler. Dette er det udførte arbejde.

**Elektrisk effekt**

Formeltegnet for effekt er  $P$ , og måleenheden er watt (W).

1 W kan defineres som den effekt, der afsættes som varme i en ohmsk modstand, der gennemløbes af strømmen 1 A ved spændingsfaldet 1 V.



el303-78.ILL

Dette giver formelen:

$$P = U \cdot I$$

Hvis vi kombinerer formelen med Ohms lov, findes:

$$P = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$$

fordi:

$$U = I \cdot R$$

Ved indskrivning giver:

$$P = U \cdot I = I \cdot R \cdot I = I^2 \cdot R$$

og

$$I = \frac{U}{R}$$

Ved indskrivning giver:

$$P = U \cdot I = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}$$

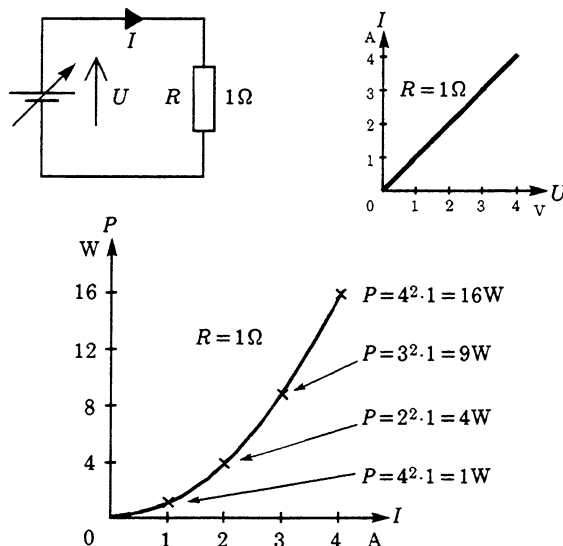
Sættes samtlige størrelser som ukendt, findes:

$$P = U \cdot I, U = \frac{P}{I}, I = \frac{P}{U}$$

$$P = I^2 \cdot R, I = \sqrt{\frac{P}{R}}, R = \frac{P}{I^2}$$

$$P = \frac{U^2}{R}, U = \sqrt{P \cdot R}, R = \frac{U^2}{P}$$

Dersom man i et lukket kredsløb øger spændingen, stiger strømmen også. Hermed stiger effekten kvadratisk som vist.



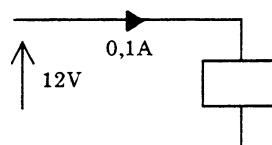
el303-79.ILL

Hvilket også ses af udtrykkene:

$$P = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$$

**Beregningseksempler**

Et relæ trækker en stationær strøm på 0,1 A ved en spænding på 12 V. Hvor stor effekt afsættes i relæspolen?



el303-80.ILL

$$P = U \cdot I = 12 \cdot 0,1 = 1,2 \text{ W}$$

En forlygtepære til en bil er påtrykt 12 V/45 W. Hvor megen strøm trækker pæren?

$$I = \frac{P}{U} = \frac{45}{12} = 3,75 \text{ A}$$

Beregn, hvor stor spænding og strøm en modstand på  $220\ \Omega$   $0,4\ \text{W}$  kan tåle:

$$U = \sqrt{P \cdot R} = \sqrt{0,4 \cdot 220} = 9,4\text{V}$$

$$I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{0,4}{220}} \approx 43\ \text{mA}$$

En glødelampe er mærket  $12\ \text{V}/5\ \text{W}$ . Hvor stor er lampens modstand i varm tilstand?

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{12^2}{5} = 28,8\ \Omega$$

### Elektrisk energi

Formeltegnet for energi (arbejde) er  $W$  eller  $A$ , og måleenheden er joule (J) eller watt sekunder ( $\text{W}\cdot\text{s}$ ).

Formlen for energi er effekt gange tid:

$$A_s = P \cdot t_s \text{ (J, W}\cdot\text{s)}$$

Energien kan også beregnes i watt-timer:

$$A_h = P \cdot t_h \text{ (W}\cdot\text{h)}$$

$h$  kommer af det engelske "hour" = time.

Omsætningen mellem joule og watt-time bliver:

$$A_s = 60 \cdot 60 A_h = 3\ 600 \cdot A_h \text{ (J, W}\cdot\text{j)}$$

$A_h$  er energien i måleenheden watt-timer ( $\text{W}\cdot\text{h}$ ), og  $A_s$  er energien i måleenheden watt-sekunder = joule, (tidsomregningen er 60 minutter á 60 sekunder).

### Beregningseksempler

En nikkel-kadmium akkumulatorcelle på  $1,25\ \text{V}$  skal oplades med en strøm på  $200\ \text{mA}$  i 15 timer. Hvor stor er den tilførte energimængde?

Opladeeffekten er:

$$P = U \cdot I = 1,25 \cdot 0,2 = 0,25\ \text{W}$$

Den tilførte energi i watt-timer:

$$A_h = P \cdot t_h = 0,25 \cdot 15 = 3,75\ \text{W}\cdot\text{h}$$

I joule:

$$A_s = A_h \cdot 3\ 600 = 3,75 \cdot 3,6\ \text{k} = 13,5\ \text{kJ}$$

En bilakkumulators energiindhold udtrykkes i ampere timer ( $\text{A}\cdot\text{h}$ ).

En praktisk måleenhed, der fortæller, at der eksempelvis kan trækkes en strøm på  $1\ \text{A}$  i 65 timer, eller  $10\ \text{A}$  i 6,5 time, hvis kapaciteten er angivet til  $65\ \text{A}\cdot\text{h}$ .

Hvor stor er energimængden i  $\text{W}\cdot\text{h}$  og joule, når spændingen er  $12\ \text{V}$ ?

$$A_h = P \cdot t_h = U \cdot I \cdot t_h = 12 \cdot 65 = 780\ \text{W}\cdot\text{h}$$

Da strøm gange tid svarer til amperetimer.

Antal joule er således:

$$A_s = A_h \cdot 3,6\ \text{k} = 780 \cdot 3,6\ \text{k} = 2\ 808\ \text{kJ}$$

**Prisafregning - Energi**

Ved prisafregning med el-værkerne opgives prisen i kroner pr. kilowatt timer (kW·h). Formlen for prisafregning bliver:

$$\text{Kostpris} = \frac{\text{Energi i W} \cdot \text{h}}{1\,000} \cdot \text{Pris pr. kW} \cdot \text{h}$$

$$K_p = \frac{A_h}{1\,000} \cdot P_r$$

- $K_p$  = Kostprisen
- $P_r$  = Pris pr. kW·h

Til denne form for "købmandsberegninger" er der ingen normerede formel tegn, hvilket i begyndelsen kan være både forvirrende og irriterende for mange.

Lad os belyse sagen med et taleksempel:  
Prisen pr kilowatt time, her med formeltegnet  $P_r$ , er 0,6 kr./kW·h.

En lampe med effekten 60 W brænder i 8 timer.  
Hvad koster dette?

Den leverede mængde energi er:

$$A_h = P \cdot t_h = 60 \cdot 8 = 480 \text{ W} \cdot \text{h}$$

Kostprisen er:

$$K_p = \frac{A_h}{1\,000} \cdot P_r = \frac{480}{1\,000} \cdot 0,6 = 0,288 \text{ kr.}$$

På denne måde kan selv det enkelte gøres indviklet, men se nu eksemplet som en øvelse i at omsætte aktuelle begreber til formel tegn, formeldannelse og udregning.

Hvad koster det at "glemme" at slukke lyset i et værksted med 20 lysarmaturer, hvert med et forbrug på 180 W, der så brænder unødigt i 15 timer?

Den forbrugte energi:

$$A_h = N \cdot P \cdot t_h = 20 \cdot 180 \cdot 15 = 54\,000 \text{ W} \cdot \text{h}$$

N er antal lysarmaturer.

Ved en pris på 0,6 kr./kW·h koster det:

$$K_p = \frac{A_h}{1\,000} \cdot P_r = \frac{54\,000}{1\,000} \cdot 0,6 = 32,40 \text{ kr.}$$

□

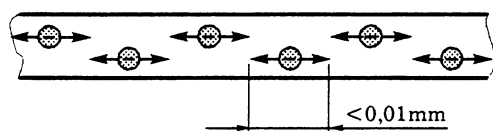




# Vekselstrøm og -spænding

## Indledning

Ved vekselstrøm bevæger elektronerne sig skiftevis frem og tilbage i lederen.



el304-01.ILL

Hvis en sådan bevægelse fra udgangspunktet og retur sker 50 gg i sekundet, har vekselstrømmen frekvensen 50 Hz. Ved denne frekvens flytter en elektron sig mindre end en hundrededel millimeter, og man kan undre sig over, hvad det kan bruges til.

## Anvendelsesområder

Vekselstrøm og -spænding er først og fremmest velegnet til energitransport over større afstande.

Forklaringen er, at energitabet i ledningsnettet (ledningstab) nedsættes ved at holde strømmen på lavest muligt værdi. Dette opnås ved at optransformere spændingen.

## Ledningstab

Af formelen for overført effekt:

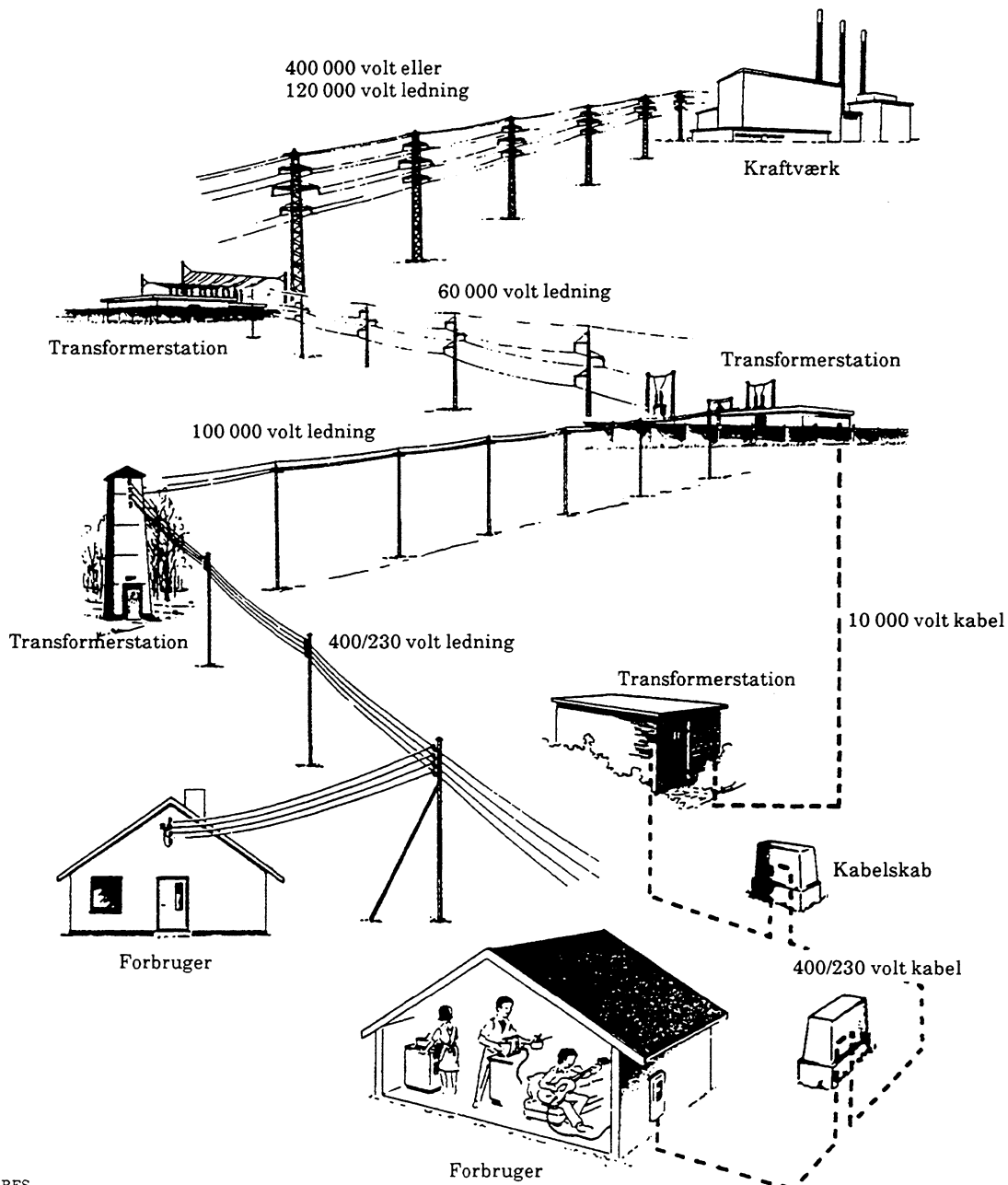
$$P = u \cdot i$$

ses, at øges spændingen, bliver strømmen mindre. Da en spændingsforøgelse på 1 000 gg giver 1 000 gg lavere strøm, og effekttabet i ledningerne er:

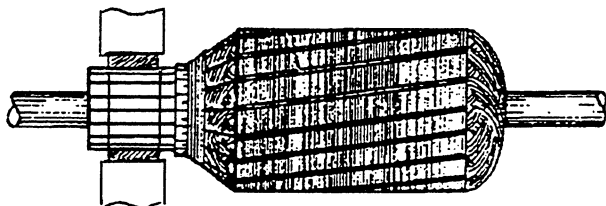
$$P = i^2 \cdot R$$

$R$  = Ledningsnettets modstand

reduceres ledningstabet en million gange. Dette har stor betydning, hvis man skal transportere energien i Kontiscanlinien fra Nordnorge til Syditalien.

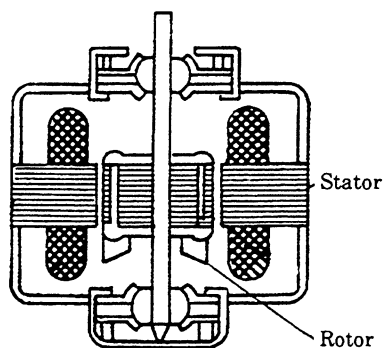


I øvrigt er vekselstrømsgeneratorer (dynamoer) og motorer generelt enklere opbygget end jævnstrømsgeneratorer og motorer.



el304-03.RES

**Rotor fra DC-motor  
med kul og kommutator, der slides**



el304-04.RES

**Kommutatorløs AC-synkronmotor**

Vekselspændinger forekommer og anvendes også i audio-, video-, medico-, styrings- og datateknik mv. samt ved trådløs transmission. Så denne strømform, hvor elektronerne "skvulper" frem og tilbage, er ret udbredt.

### Betegnelser

Vekselstrøm og -spænding angives med symbolet  $\sim$ . Den engelsk/amerikanske benævnelse er Alternating Current (AC), som betyder skiftende strøm. I formler anvendes små bogstaver for strøm og spænding, henholdsvis  $i$  og  $u$ .

### Sinusformet vekselstrøm og -spænding Strøm- og spændingsform

Den sinusformede vekselstrøm kan beskrives med en vektor, der med sin længde angiver strømmens spidsværdi og med sin vinkel til en reference (x-retningen) beskriver strømmens øjebliksværdi og retning.

Ved projektion af afstanden fra pilespidsen til 0 for en tur rundt med konstant hastighed fremkommer spændingsdiagrammet  $u = f(t)$ .

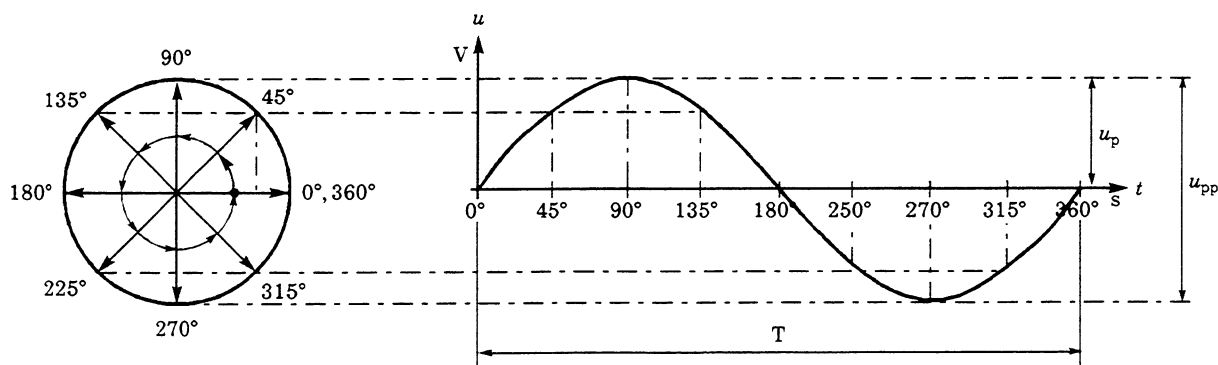
Dette er en meget anvendt afbildning, som kan måles med et oscilloskop. Læg mærke til, at pilen drejer **mod uret**. At en omdrejning giver en positiv og en negativ halvbølge, der tilsammen giver en periode.

Afstanden fra 0 til størsteværdien betegnes spidsværdien ( $u_p$  af engelsk: peak = spids). Afstanden mellem positiv og negativ spidsværdi kaldes logisk nok for spids-spidsværdien og:

$$u_{pp} = 2u_p$$

som det ses af tegningen.

Samtlige angivelser gælder også for strømme.



el304-06.ILL

**Øjebliksværdi**

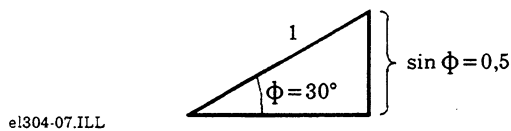
Ud fra trigonometrien (enhedscirklen) kan øjebliksværdien med cirklen inddelt i  $360^\circ$  bestemmes til:

$$u_t = u_p \cdot \sin \phi$$

Eksempelvis ved  $u_p = 1 \text{ V}$  og  $\phi = 30^\circ$ .

$$u_t = 1 \cdot 0,5 = 0,5 \text{ V}$$

da  $\sin 30^\circ = 0,5$ .



I SI-systemet anvendes vinkelangivelse i radianer, hvor formeltegnet er  $\alpha$ ,  $\beta$ , (alfa eller beta) og måleenheden er radianer (rad).

Eksempelvis ved  $u_p = 1 \text{ V}$  og  $\beta = 0,5235 \text{ rad}$

$$u_t = 1 \cdot 0,5 = 0,5 \text{ V}$$

da  $\sin 0,5235 \text{ rad} = 0,5$ .

( $0,5235 \text{ rad} = 30^\circ$ , prøv selv med en regnemaskine).

**Periodetid og frekvens**

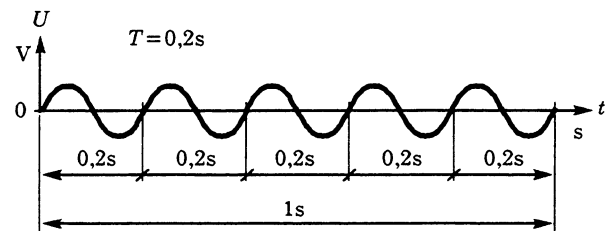
Tidsforløbet for en periode har formeltegnet  $T$ , og måleenheden er sekunder.

Frekvens er angivelse af antal perioder pr. sekund. Formeltegnet for frekvens er  $f$ , og måleenheden er Hz.

Omsætningen mellem periodetid og frekvens er:

$$f = \frac{1}{T} (\text{Hz})$$

Dette er grafisk vist i tegningen herunder.



Antal perioder i et sekund = 5  $\Rightarrow$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ Hz}$$

Ved periodetiden 20 ms (0,02 sek) er frekvensen:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,02} = 50 \text{ Hz}$$

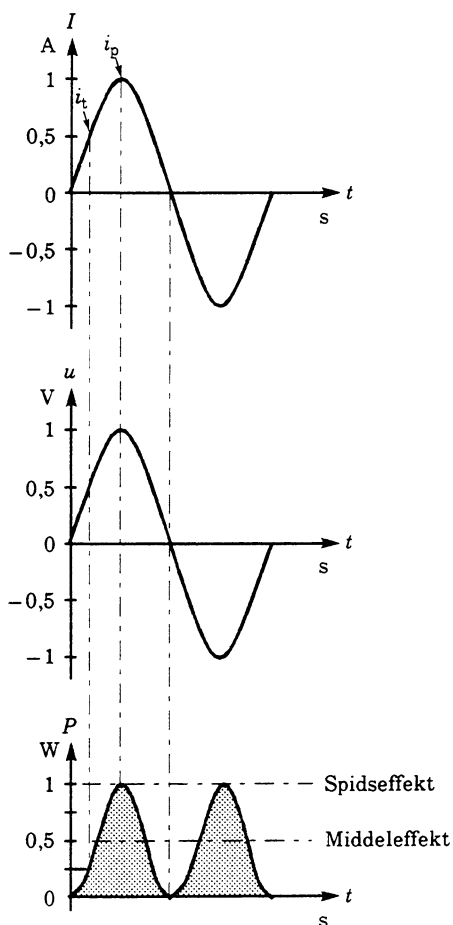
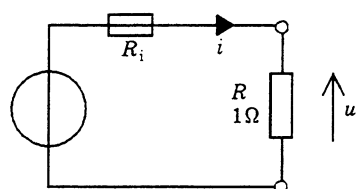
Dette er netfrekvensen i Europa. I Amerika er netfrekvensen 60 Hz. Periodetiden er:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{60} = 16,66667 \text{ ms} = 16,7 \text{ ms}$$

### Vekselspændings- og effektforhold

Hvis vi ønsker at anvende vekselspænding i stedet for jævnspænding, typisk til opvarmning og belysning, skal vekselstrømmen udføre det samme arbejde pr. tidsenhed, og der skal afsættes samme effekt.

Danner vi et sluttet kredsløb, som vist herunder med en ohmsk belastning, hvor elektronernes friktionsenergi omdannes til varme (Joules lov), får vi viste sammenhæng mellem strøm, spænding og effekt.



el304-08.ILL

Strømmens øjebliksværdi følger spændingens.

Dette passer med Ohms lov:

$$U = I \cdot R$$

$$i_p = \frac{u_p}{R} = \frac{1}{1} = 1 \text{ A}$$

$$P_p = i^2 \cdot R = 1^2 \cdot 1 = 1 \text{ W}_p$$

hvor  $P_p$  er spidseffekten.

Ved øjebliksværdien  $u_t = 0,5 \text{ V}$  er  $i_t$  og  $P_t$ :

$$i_t = \frac{u_t}{R} = \frac{0,5}{1} = 0,5 \text{ A}$$

$$P_t = i_t^2 \cdot R = 0,5^2 \cdot 1 = 0,25 \text{ W}$$

Effekten varierer med tiden, og "middeleffekten", vist stiplet, er den effekt, en tilsvarende jævnspænding vil give. Denne middeleffekt svarer til det halve af spidseffekten, i eksemplet her  $0,5 \text{ W}$ .

### Effektivværdi

Ved vekselspændingens effektivværdi forstås talværdien for den jævnspænding, der giver samme effekt i en ohmsk belastning.

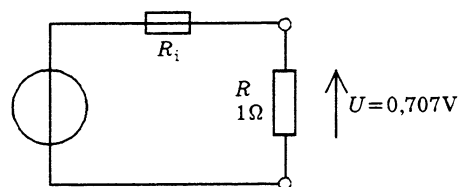
Effektivværdien findes som:

$$u_{\text{eff}} = \frac{u_p}{\sqrt{2}}$$

Ved beregning med talværdierne fra tegningen fås:

$$u_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707 \text{ V}$$

Anvendes en jævnspænding til samme kredsløb, findes effekten til:



el304-09.ILL

$$P = \frac{u^2}{R} = \frac{0,707^2}{1} = 0,5 \text{ W}$$

Dette var netop midleffekten ved  $u_p = 1 \text{ V}$ .

Det er vigtigt at huske, at dette kun gælder sinusformede vekselstrømme og -spændinger.

Erindres at:

$$u_{pp} = 2u_p \Leftrightarrow u_p = \frac{u_{pp}}{2}$$

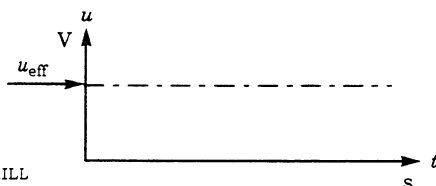
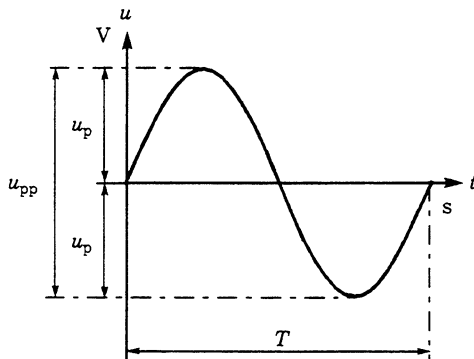
Findes:

$$u_{\text{eff}} = \frac{u_p}{\sqrt{2}} = u_p \cdot 0,707 \text{ [ V ]}$$

$$u_p = u_{\text{eff}} \cdot \sqrt{2} = u_{\text{eff}} \cdot 1,41 \text{ [ V ]}$$

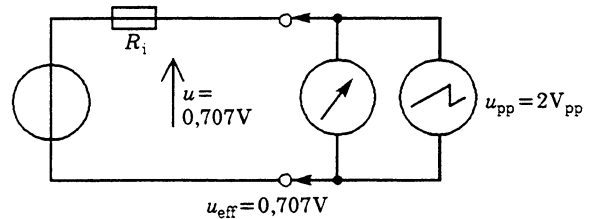
$$u_{\text{eff}} = \frac{u_{pp}}{2\sqrt{2}} = \frac{u_{pp}}{2,82} = u_{pp} \cdot 0,354 \text{ [ V ]}$$

$$u_{pp} = u_{\text{eff}} \cdot 2\sqrt{2} = u_{\text{eff}} \cdot 2,82 \text{ [ V ]}$$



el304-10.ILL

Dette kan kontrolleres ved at måle på samme sinusformede vekselspænding med et effektvisende multimeter og et oscilloskop.



el304-11.ILL

### Beregningseksempel

Netspændingen er nominelt 230 V (underforstået effektivværdi, når intet andet er angivet).

Spidsværdien er:

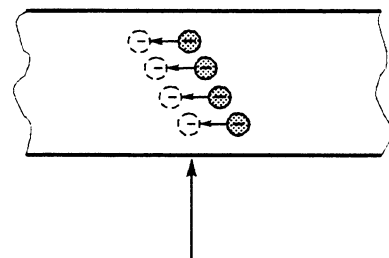
$$u_p = u_{\text{eff}} \sqrt{2} = 230 \cdot \sqrt{2} = 325 \text{ V}_p$$

Spids-spidsværdien er:

$$u_{pp} = 2 u_p = 2 \cdot 325 = 650 \text{ V}_{pp}$$

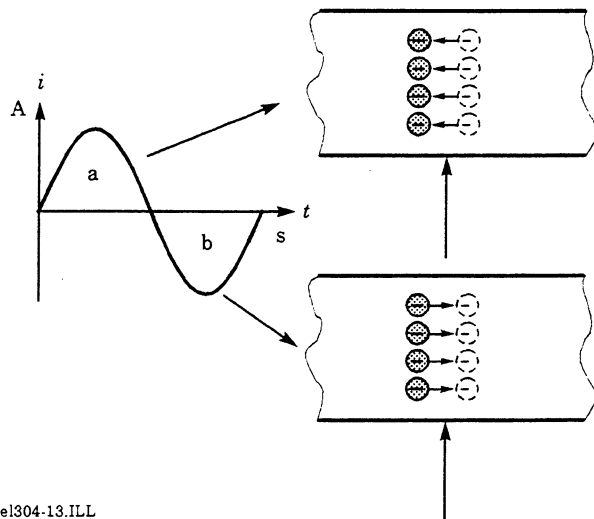
### Middelværdi

Ved vekselspændingens middelværdi forstås det antal ladninger (elektroner), der passerer et punkt i et givet tidsforløb.



el304-12.ILL

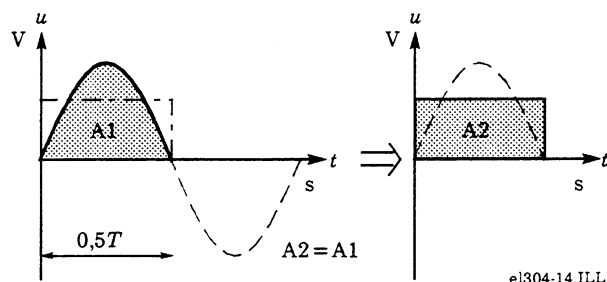
I løbet af periodetiden  $T$  flyttes der lige mange elektroner frem og tilbage, så det passerende antal betragtet med retning er nul.



el304-13.ILL

En ren vekselspænding er netop karakteriseret ved, at dens middelværdi er nul.

En beregning af middelværdien kan også foretages for en halvbølge. Opgaven er at bestemme arealet under kurven som vist.



el304-14.ILL

Med integralregning findes middelværdien af en halvbølge til:

$$u_m = \frac{2}{\pi} \cdot u_p = 0,637 \cdot u_p$$

Da:

$$u_p = u_{\text{eff}} \cdot \sqrt{2}$$

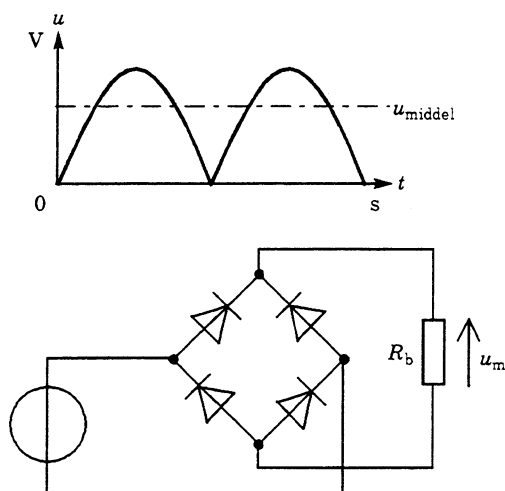
Er:

$$u_m = \frac{2}{\pi} u_p = \frac{2}{\pi} \cdot u_{\text{eff}} = 0,9 \cdot u_{\text{eff}}$$

For netspændingen 230 V findes:

$$u_m = 0,9 \cdot 230 = 207 \text{ V}$$

Middelværdiberegninger anvendes eksempelvis i forbindelse med ensretning af vekselstrøm til pulserende jævnstrøm. Den beregnede middelværdi vil fremkomme ved dobbeltensretning, som vist herunder.

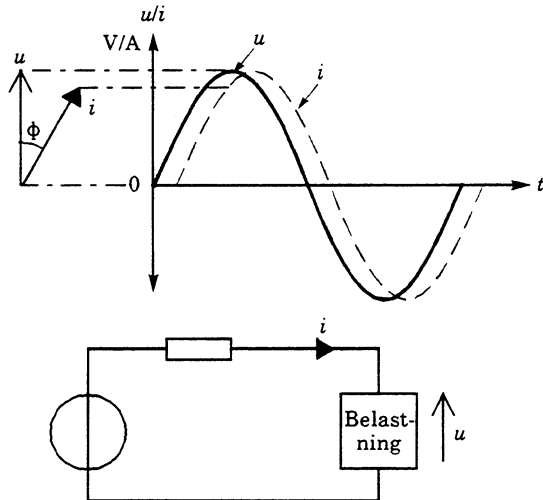


el304-15.ILL

Multimetre og universalinstrumenter måler normalt middelværdien, men skalaen er kalibreret til at vise effektivværdien ved en sinusform. Instrumentvisningen er derfor forkert, hvis den målte spænding ikke er sinusformet.

### Effektberegning ved vekselstrøm

Ved vekselstrøm kan belastningen give anledning til fasedrejning mellem strøm og spænding.



el304-16.ILL

Strømmen vil blive fasedrøjet efter spændingen, hvis belastningen er en blanding af ohmsk og induktiv belastning. Transformatorer og motorer er eksempler på dette.

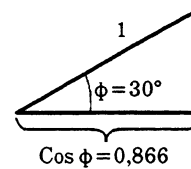
Da øjebliksværdierne for strøm og spænding ikke længere er sammenfaldende, optager belastningen mindre effekt.

Formlen for den optagne effekt er:

$$P = u \cdot i \cdot \cos \phi$$

Hvor  $\Phi$  (phi) er fasevinklen mellem strøm og spænding.

$\cos \phi$  findes ved hjælp af trigonometrien:



el304-17.ILL

Er  $\phi$  eksempelvis  $30^\circ$  findes  $\cos \phi$  til 0,866.

Hvis  $u = 230 \text{ V}$  og  $i = 1 \text{ A}$  (begge effektivværdier), optager belastningen effekten:

$$P = u \cdot i \cdot \cos \phi = 230 \cdot 1 \cdot 0,866 = 199 \text{ W}$$

□



# Elektrostatik

## Forklaring

Ordet elektrostatik er græsk og betyder:

- Læren om stillestående elektricitet og de dertil knyttede virkninger

Vi vil se nærmere på de forhold, der opstår, hvis vi på en eller anden måde fjerner elektroner fra deres plads i atomerne.

Fænomener af den art er beskrevet for over 2 500 år siden i Grækenland. Ordet elektricitet er afledt af det græske ord for rav "elektron", fordi man dengang havde opdaget, at et stykke rav efter gnidning kunne tiltrække skindhår eller lette dun.

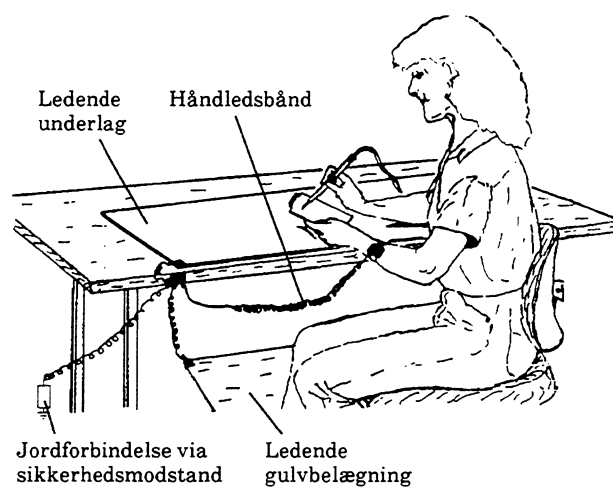
## Statisk elektricitet

Alle kender fænomenet med, at det knitrer og klæber, når man på tørre dage trækker en nylonbluse over hovedet.

Mange gange i løbet af dagen bliver vi udsat for noget tilsvarende uden at lægge mærke til det. Udladningsspændingen skal nemlig være ca. 3 500 V, før vi kan føle, ca. 4 500 V, før vi kan høre, og over 5 000 V, før vi kan se virkningen af en udladning.

## Statisk elektricitet og elektronikkomponenter

Mange elektroniske komponenter, her især integrerede kredse og field-effect transistorer, er følsomme over for statisk elektricitet. De kan ødelægges under montagearbejde, hvis man ikke sikrer sig mod den statiske elektricitets virkninger.



el305-22.IMG

Ovenstående viser en arbejdsplads, hvor man med håndledsforbindelse, stelforbundet loddekolbe, ledende arbejdsflade og gulvbelægning forhindrer statisk opladning.

Samtlige sammenkoblede enheder føres indirekte til effektiv jord via en passende stor modstand, så der ikke opstår livsfare ved berøring af strømførende dele.

## Frembringelse af statisk el

Når to (triboelektrisk) forskellige materialer gni- des mod hinanden, vil det ene af materialerne optage elektroner, og det andet vil afgive elektroner. Materialet, der optager elektroner, bliver negativt ladet, og materialet, der afgiver, bliver positivt ladet.

Statiske elektricitet frembragt ved gnidning kaldes kort og godt for gnidningselektricitet, men kan også siges at være frembragt ved triboelektrisk effekt.

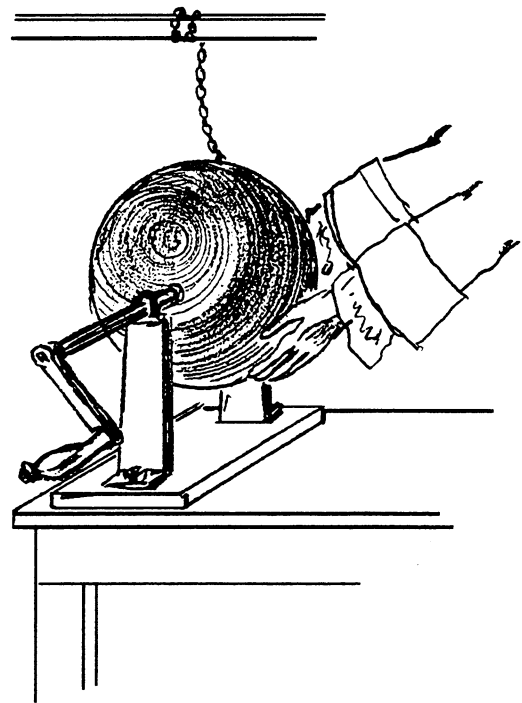
Luft  
Hænder (menneske)  
Glas  
Hår (menneske)  
Nylon  
Uld  
Pels  
Bly  
Silke  
Aluminium  
Papir  
Bomuld  
Stål  
Rav  
Nikkel, kobber  
Messing, sølv  
Guld, platin  
Svovl  
Acetat rayon  
Polyester  
Polyurethan  
Polyethylen  
PVC (vinyl)  
Teflon



**Triboelektrisk spændingsrække**

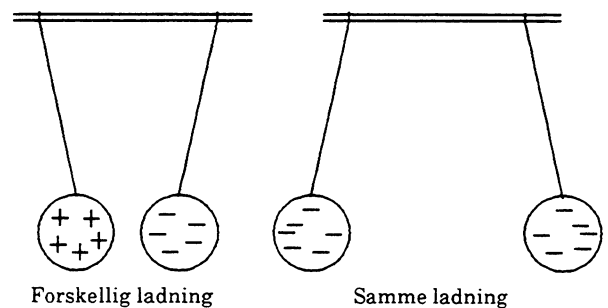
Den første gnidningselektricismaskine blev fremstillet af Guericke (1602 - 1686) i Magdeburg. Det var en roterende svovlkugle, der blev stærkt elektrisk, når den blev gnedet med hånden.

Med denne konstaterede Guericke bl.a., at der var tale om både elektrisk tiltrækning og frastødning af elektrisk ladede legemer.



el305-01.RES

**Guerickes elektricismaskine**



Forskellig ladning

Samme ladning

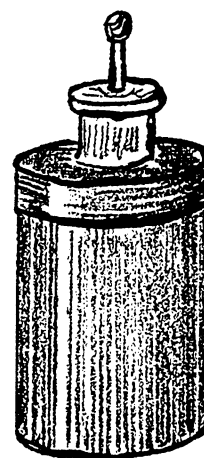
el278-06.GED

## Kapacitans

Da man i tidligere tider havde fundet ud af at fremstille gnidningselektricitet med elektricermaskiner, var næste skridt at søge at opbevare elektriciteten på en eller anden måde. I året 1745 ville Petrus van Musschenbroek ved universitetet i Leiden prøve at lede elektriciteten fra en elektricermaskine ned i vand i en glasflaske, idet han mente, at elektriciteten kunne holde sig længere i vand omgivet af en isolator.

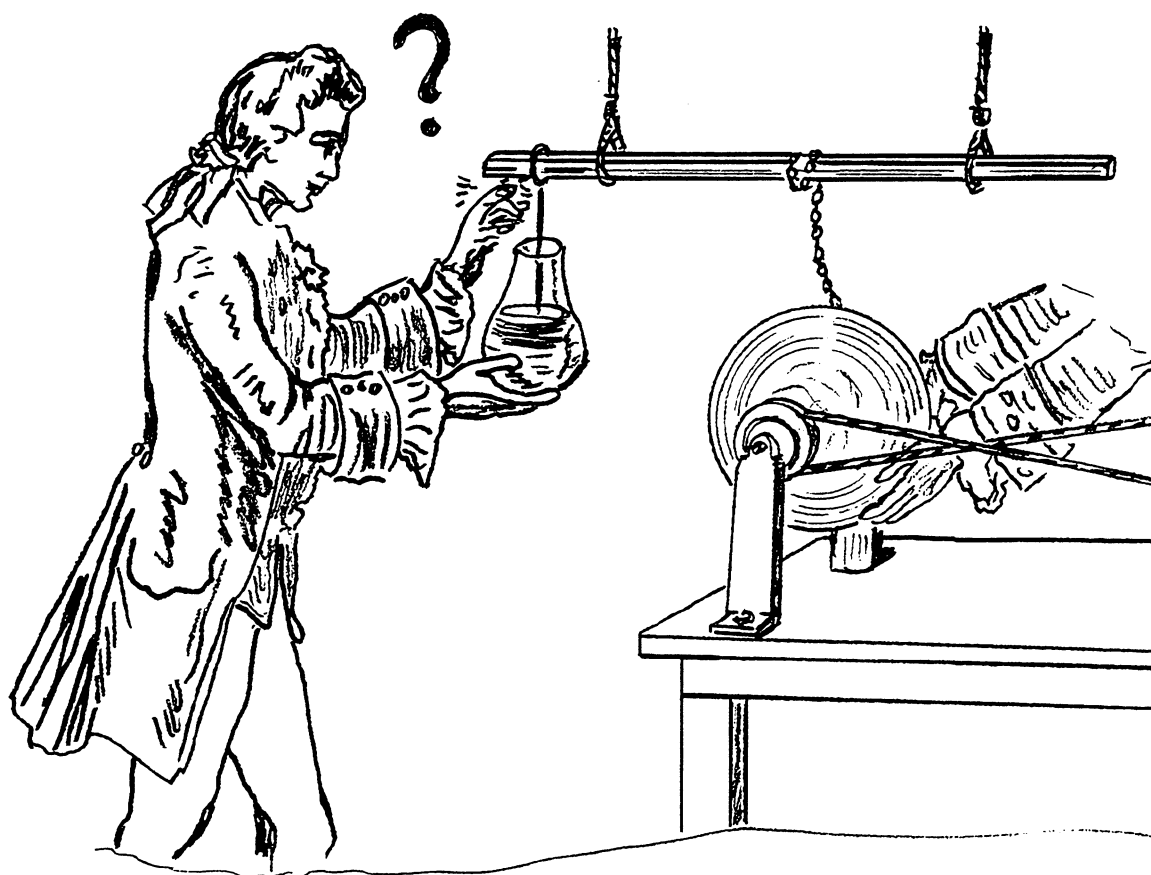
En medhjælper Cunæus holdt om flasken som vist og kom til at røre ved metaltråden, der førte elektriciteten til flasken. Herved fik han et stærkt stød i modsætning til den sædvanlige gnist. Nærmere undersøgelser viste, at virkningen kun var til stede, når han holdt om beholderen.

Lignende forsøg udførtes snart andre steder i Europa. I England tømte man flaskerne for vand og klæbede stanniol på flaskernes ind- og udvendige side.



el305-03.RES

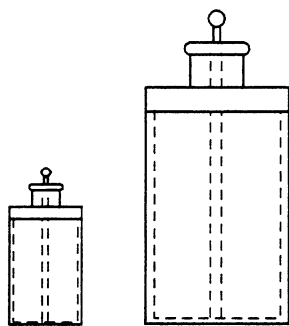
Leydnerflaske



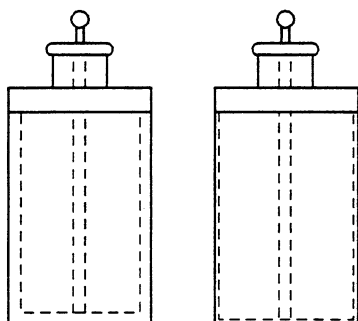
el305-02.RES

Cunæus' forsøg

I disse tv-fattige tider blev elektrostatiske forsøg i de højere kredse mere brugt som spøg og skæmt, men man fandt dog frem til, at større glasflasker kunne indeholde mere ladning. Og til almindelig undren fandt man, at tyndvæggede flasker kunne indeholde mere ladning end tykvæggede med samme rumindhold.



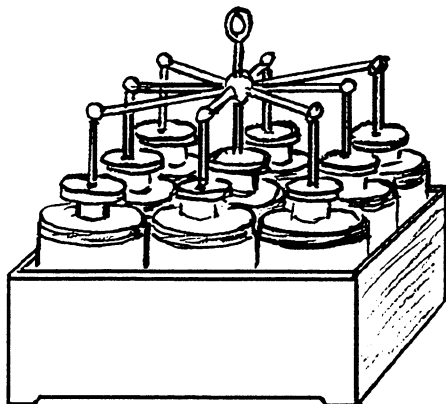
Større flaske  $\Rightarrow$  større strømmængde



Tyndere vægge  $\Rightarrow$  større strømmængde

el305-10.ILL

Man samlede flere flasker i parallel til Leydnerbatterier, der besad betydelig energi.



el305-04.RES

Leydnerbatteri

Nullet sendte stød fra Leydnerflasker gennem 180 gardister og dræbte spurve og mus. Fysikeren Tyndall (ca. 1880) beretter efter en udladning fra 15 store flasker: "I et lille tidsrum var livet fuldstændig udslukt, men der var ingen smerte. Da jeg vågnede, viste mit legeme sig for mit syn som et antal adskilte stykker, armene var skilte fra kroppen og svævede i luften". Der var "go" i de gamle forskere.

Man fandt altså frem til, at statisk elektricitet kunne "gemmes" på flasker, der var udformede som ledende flader adskilt af et isoleringslag. Mængden af elektricitet kan udtrykkes:

$$Q = I \cdot t$$

$Q$  er ladningen i coulomb,  $I$  er strømmen i amperer, og  $t$  er tiden i sekunder.

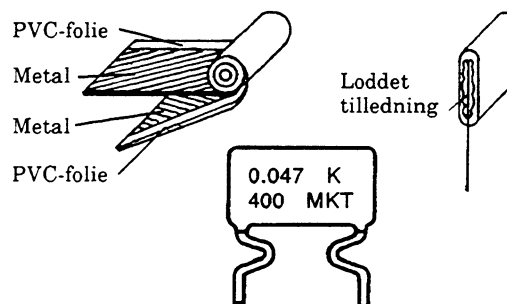
Den "påfyldte" strømmængde giver en spændingsforskel mellem belægningerne. Forholdet mellem påfyldt strømmængde og spændingsforskel kaldes kapaciteten.

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{I \cdot t}{U}$$

$C$  er kapaciteten i farad (F),  $U$  er spændingen i volt (V).

### Kondensatoren

Disse "ladningsbeholdere" har for længst skiftet udseende til en mere hensigtsmæssig udformning, hvor man opnår stor kapacitet med store ledende flader (staniol) adskilt med mindst mulig afstand.



el305-23.IMG

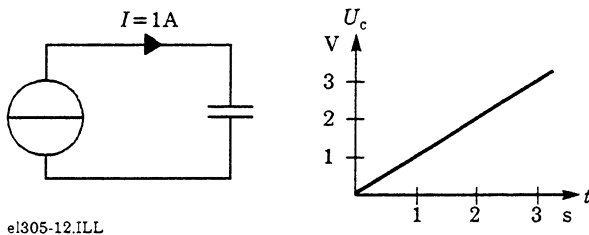
el305-11.ILL



Kondensatoren typebetegnes efter arten af det anvendte isoleringsmateriale som fx polyester-kondensator, keramisk kondensator osv. Isoleringsmaterialet kaldes kondensatorens dielektrikum.

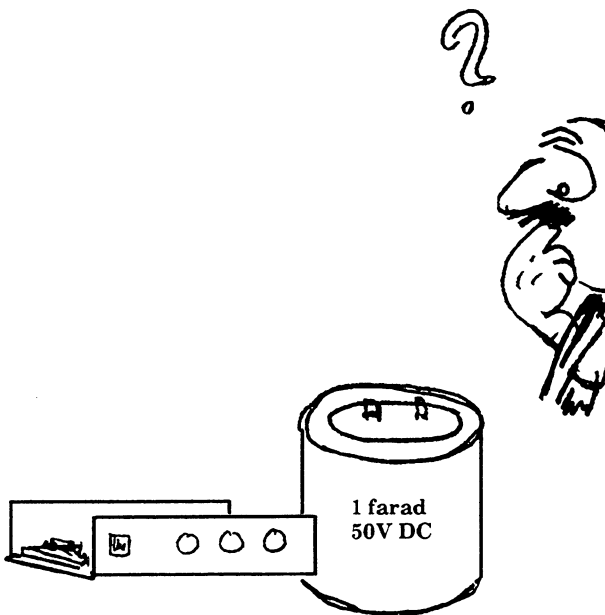
Fysisk gælder, at:

- Ved kapaciteten 1 farad stiger spændingen 1 volt pr. sekund ved opladning med strømmen 1 ampere



el305-12.ILL

Rent praktisk er 1 F en meget stor kondensator. Som elektrolytkondensator med en arbejdsspænding på 50 V vil den i cylindrisk udformning have diameter på ca. 0,2 m og en længde på 0,4 m.



el305-05.RES

Som fast kondensator med metalliseret plast med en arbejdsspænding på 400 V i kasseform bliver målene ca:

3 x 2 x 1,5 m



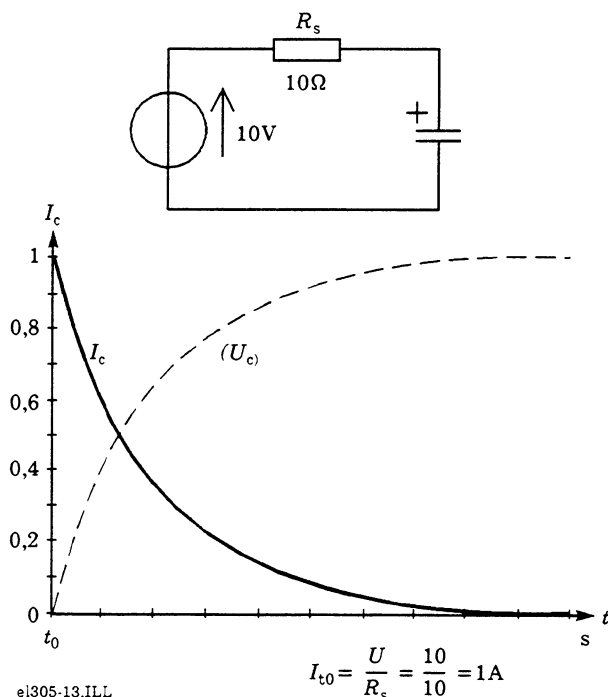
el305-06.RES

I elektronikapparatur anvendes normalt kondensatorer fra få pF op til ca. 20 mF.

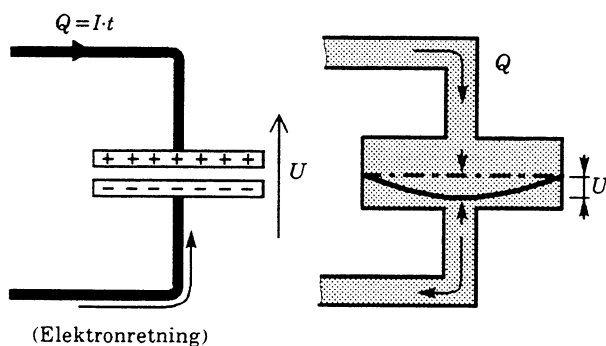
### Opladning

Tilsluttet en spænding løber der kortvarigt en strøm. Denne vil løbe indtil det potentiale, som ladningerne danner mellem pladerne, svarer til den påtrykte spænding.

Begyndelsesstrømmen er alene begrænset af kredsløbets ohmske modstand. Forholdene er nærmere beskrevet i emnehæftet om passive kredsløb.



Spændingskilden driver med spændingen  $U$  en elektronstrøm, så der på den negative plade bliver overskud af elektroner, mens der på den positive fjernes elektroner, så atomerne optræder som positive ladninger. Her kan en "væskemodel" igen tjene til sammenligning. Kondensatoren kan sammenlignes med en beholder forsynet med en elastisk membran.

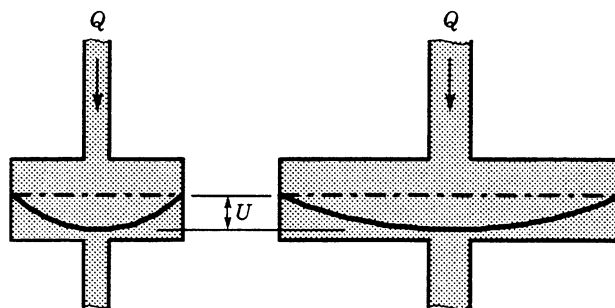


I væskemodellen følger væskestrømmen den vedtagne strømretning. Den tilførte væskemængde svarer til strømmængden  $Q$ , og membranvandringsen svarer her til spændingen  $U$ . Spændingen svarer også til pumpetrykket. Større pumpe-tryk medfører større membranvandringsen.

For vandmodellen gælder, at:

$$\text{Kapacitet} = \frac{\text{Væskemængde}}{\text{Membranudslag}}$$

En større beholder har større kapacitet, dette medfører større tilført væskemængde for samme membranudslag.



el305-15.ILL

Elektrisk gælder, at:

$$C = \frac{Q}{U} \Leftrightarrow Q = U \cdot C = 1 \cdot 1 \mu = 1 \mu C$$

ved  $U = 1\text{ V}$  og  $C = 1 \mu\text{F}$ .

Øges kapaciteten  $C$  til  $2 \mu\text{F}$ , findes analogt med vandmodellen:

$$Q = U \cdot C = 1 \cdot 2 \mu = 2 \mu C$$

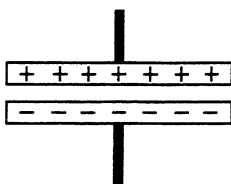
Kapaciteten øges ved at gøre pladearealet større. Ved større kapacitet kan kondensatoren rumme en større ladning ved samme spænding.

### Isoleringsmaterialet

Vi vil nu se på betydningen af isoleringen mellem de ledende kondensatorplader (kondensatorens dielektrikum).

Kapaciteten varierer både med isoleringsmaterialets tykkelse og dets dielektriske egenskaber.

Spændingskilden kan opfattes som en mekanisme, der kan adskille ladninger, så der på den negative pol er overskud af elektroner. Når kondensatoren tilsluttes, sker der en ladningsfordeling af elektroner på den negative plade. Da ensartede ladninger frastøder hinanden, fordeler elektronerne sig med samme afstand over hele pladen, når denne er plan og har samme afstand til den positive plade.



el305-16.ILL

Fra ladningerne udgår kraftlinier, hvor forskellige ladninger tiltrækker hinanden, mens ens ladninger frastøder hinanden. De negative elektroner på minuspladen frastøder elektronerne på den positive plade, så de vandrer mod spændingskildens positive pol. De tilbageblevne atomer, der ikke kan vandre i metaller, er positive ladninger.

Virkningen afhænger af isoleringsmaterialets "ledningsevne" for de kræfter, der virker mellem ladningerne. Denne ledningsevne betegnes materialets permittivitet ( $\epsilon$ ).

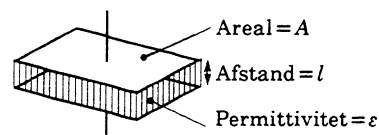
En kondensators kapacitet er mekanisk afhængig af tre størrelser:

- Pladeareal
- Pladeafstand
- Isoleringsmaterialets permittivitet

Kapaciteten stiger med pladearealet og permittiviteten, og den falder med pladeafstanden.

Elektrisk er kapaciteten udtrykt ved forholdet ladningsmængde/spændingsforskel. Dette kan skrives:

$$C = \frac{Q}{U} = \epsilon \cdot \frac{A}{l}$$



el305-17.ILL

Permittiviteten er en materialebestemt talfaktor, der danner sammenhæng mellem mekaniske og elektriske beregning af kondensatorstørrelse.

Er der ingenting (vakuum) mellem pladerne, findes vakuumpermittiviteten:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$$

Indsættes et materiale mellem pladerne, stiger permittiviteten og hermed kapaciteten. Det antal gange, som permittivitet/kapacitet stiger udtrykkes i relativ permittivitet,  $\epsilon_r$ .

For atmosfærisk luft ved 0°C og trykket 1 atm er:

$$\epsilon_r = 1,000\,59$$

Almindeligvis regner man kapaciteten for værende den samme i luft og i vakuum.

### Eksempel

En luftkondensator med pladearealet 0,1 m<sup>2</sup> og pladeafstanden 1 mm har en kapacitet på:

$$C = \epsilon \cdot \frac{A}{l} = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{0,1}{1\text{m}} = 8,85 \text{ pF}$$

Luften erstattes med glimmer med  $\epsilon_r = 7$

$$C_{(\text{gl})} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \frac{A}{l} =$$

$$8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 7 \cdot \frac{0,1}{1\text{m}} = 61,95\text{p} \approx 62 \text{ pF}$$

Produktet  $\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$  kaldes den absolutte permittivitet  $\varepsilon$ .

I tabelværker anføres almindeligvis den relative permittivitet, og beregninger gennemføres som vist, hvor  $\varepsilon$  erstattes af  $\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$  da:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$$

Den relative permittivitet varierer desværre generelt med både frekvens og temperatur. Desuden opstår der dielektriske tab ved anvendelsen af faste stoffer som dielektrikum.

### Elektrisk feltstyrke

I den opladede kondensator er der mellem pladerne en kraftpåvirkning, der søger at løsrive elektronerne i isoleringsmaterialet. Denne kraftpåvirkning er proportional med den elektriske feltstyrke, hvor

$$E = \frac{U}{l}$$

Formeltegnet for feltstyrken er  $E$ , måleenheden er volt pr. meter (V/m),  $l$  er længden i meter.

For at få små fysiske dimensioner på kondensatorer anvendes meget tynde isoleringsmaterialer (dielektrika), der kan modstå store feltstyrker uden gennemslag. Da feltstyrken ved samme spænding vokser med aftagende afstand, kan der blive tale om ret store værdier.

### Eksempel

I en kondensator anvendes mylarfolie i en tykkelse på 6  $\mu\text{m}$ . Påtrykkes kondensatoren en spænding på 250 V, bliver feltstyrken:

$$E = \frac{U}{l} = \frac{250}{6 \mu} = 41,7 \text{ MV/m}$$

I tabeller angives gennemslagsfeltstyrken i megavolt pr. meter (MV/m). For det omtalte mylarfolie er gennemslagsfeltstyrken (100 til 200) MV/m.

For glimmer angives gennemslagsfeltstyrken til mellem 13 og 80 MV/m. Hvor stor bliver den maksimale spænding for en glimmerkondensator med pladeafstanden 0,1 mm, når gennemslagsfeltstyrken af sikkerhedsgrunde sættes til 10 MV/m?

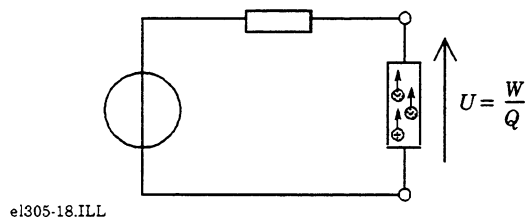
$$E = \frac{U}{l} \Leftrightarrow U = E \cdot l = 10 \text{ M} \cdot 0,1 \text{ m} = 1 \text{ 000 V}$$

## Elektrostatisk energi

### Spænding/potentialeforskel

For at belyse dette vil vi først se nærmere på begrebet spænding svarende til potentialeforskel.

Vi har tidligere set på spændingsforskellen som et middel til at drive en elektrisk strøm rundt i et elektrisk kredsløb. Spændingsforskellen over en modstand er egentlig et udtryk for, hvor stort et arbejde der udføres pr. elektronmængde = ladning for at transportere mængden gennem modstanden.



$$U = \frac{W}{Q}$$

$W$  er det udførte arbejde i måleenheden joule (J), og  $Q$  er ladningen (elektronmængden) i coulomb.

Hvis vi nu med ydre kræfter har fjernet elektroner fra deres atomer og hermed har adskilt dem i positive og negative ladninger, vil disse ladninger besidde en potentiel energi, der er:

$$W = U \cdot Q$$

Energien svarer til den, man har i en tung genstand, der er løftet til vejrs. Genstandens masse (vægt) svarer til ladningen  $Q$ , og afstanden til jorden i meter svarer til spændingen, potentialeforskellen  $U$  i volt.



Et tordenvejr er et overbevisende eksempel på elektrostatisk energi.

Et lyn starter eksempelvis fra en tordensky i 400 meters højde ved en spændingsforskel mellem skyen og jorden på 40 millioner volt. Lynet afgiver 1 000 A i 1 ms. Regnes spændingen for konstant i det nævnte ms, er effekten:

$$P = U \cdot I = 40 \text{ M} \cdot 1 \text{ k} = 40 \text{ GW}$$

og energien:

$$W_j = P \cdot t = 40 \text{ G} \cdot 1 \text{ m} = 40 \text{ MJ}$$

omregnet til kW·h:

$$W_{\text{kh}} = \frac{W_j}{3600 \cdot 1000} = \frac{40 \text{ M}}{3,6 \text{ M}} = 11,1 \text{ kW} \cdot \text{h}$$

### Kondensatorens energiindhold

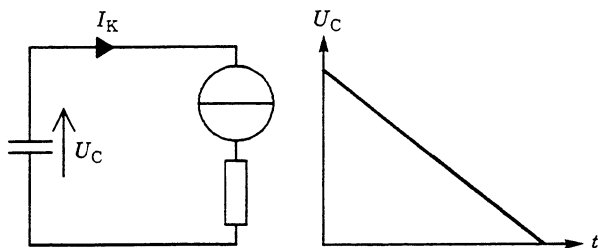
Energiindholdet effekt x tid kan generelt bestemmes som:

$$W = P \cdot t = U \cdot I \cdot t = U \cdot Q$$

da

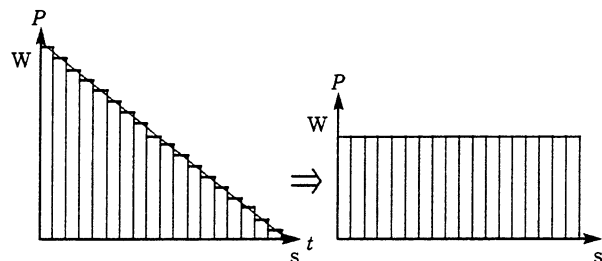
$$P = U \cdot I \text{ og } Q = I \cdot t$$

Når en kondensator aflades, falder dens spænding under afladeforløbet. Ved konstant strøm falder spændingen lineært med tiden.



el305-19.ILL

Deler vi nu tiden op i ganske små afsnit, beregner energibidraget for hvert tidsafsnit og lægger samtlige bidrag sammen, finder vi som vist herunder energiindholdet til:



el305-20.ILL

$$W = \frac{1}{2} U \cdot Q$$

da antal energibidrag, der er større end  $0,5 U \cdot Q$  svarer til samme antal, der er mindre end  $0,5 U \cdot Q$ .

Ved indskrivning af:

$$Q = C \cdot U$$

Findes:

$$W = \frac{1}{2} U \cdot C \cdot U \Leftrightarrow W = \frac{1}{2} U^2 \cdot C$$

En kondensator på 100 pF opladet med 50 V indeholder energimængden:

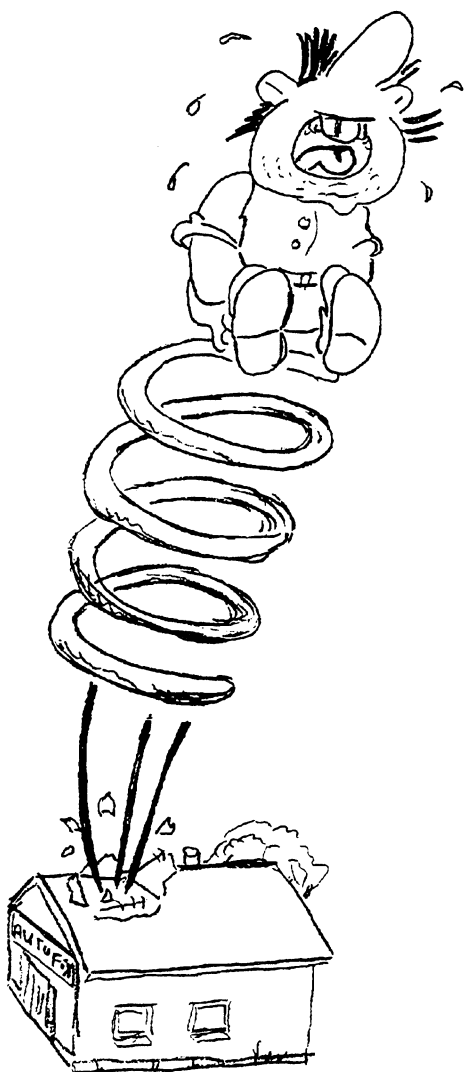
$$W = \frac{1}{2} U^2 \cdot C = \frac{1}{2} 50^2 \cdot 100 \text{ p} = 0,125 \text{ } \mu\text{J}$$

### Kondensatorafledning

Når en kondensator tilsluttes et ydre kredsløb, afgives energien til dette. Processen svarer mekanisk til at hente energien fra en spændt fjeder.

Er der tale om en meget kraftig fjeder i fx en bils affjedringssystem, vil ingen mekaniker drømme om at udløse fjederenergien ukontrolleret, da det kan have alvorlige skadefølger.

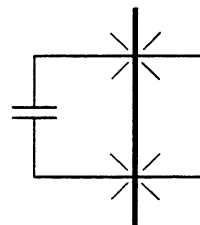
Aflades en kondensator ved kortslutning, vil begyndelsesstrømmen være meget stor.



es305-07.RES

$$I = \frac{U}{R};$$

$$R \Rightarrow 0 \Rightarrow I \Rightarrow \infty!$$



el305-21.ILL

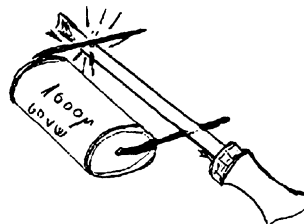
Er restmodstanden  $0,1 \Omega$ , og spændingen  $50 \text{ V}$  er:

$$I_s = \frac{U}{R} = \frac{50}{0,1} = 500 \text{ A}$$

Dette vil ikke give nogen synlig virkning, hvis kondensatoren er på  $100 \text{ pF}$ , med energiindholdet  $0,125 \mu\text{J}$ , men er det en kondensator på  $1\,000 \mu\text{F}$ , findes ved samme spænding:

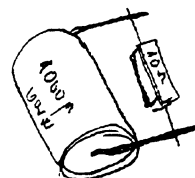
$$W = \frac{1}{2} U^2 \cdot C = \frac{1}{2} \cdot 50^2 \cdot 1\,000 \mu = 1,25 \text{ J}$$

Denne energimængde giver en kraftig gnist og svejsesår på tilledninger og skruetrækker.



es305-08.RES

Tilledningerne inde i kondensatoren kan også skades, så kondensatoren aflades bedst gennem en passende modstand.



es305-09.RES

### Slutning

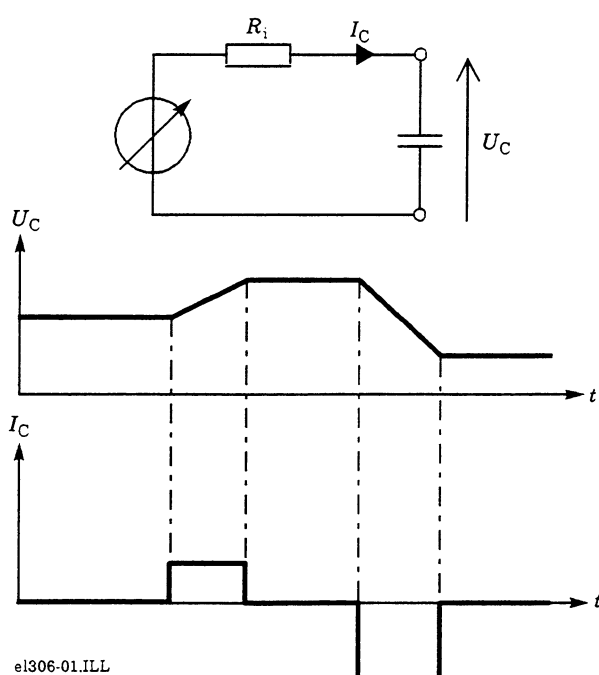
Det gennemgåede pensum er kun en lille del af elektrostatikken i forenklet form. Har du brug for mere viden, må der henvises til anden litteratur.



# Kondensatoren ved AC

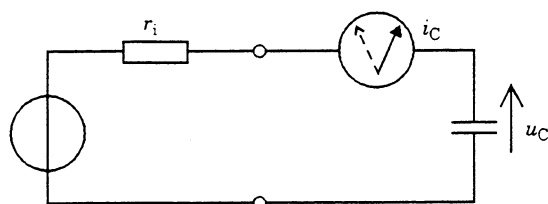
## Indledning

For at afklare forholdene ved vekselspænding vil vi starte med at se på en kondensator tilsluttet en jævnspænding.

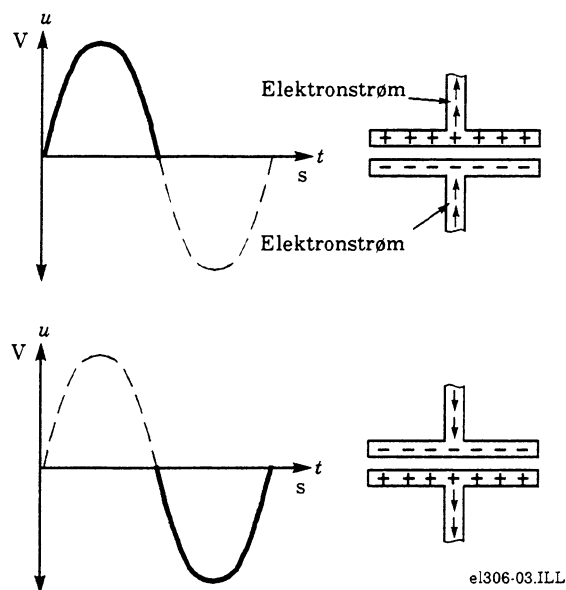


Når kondensatoren er opladet, er strømmen faldet til nul. Ændres spændingen, vil en spændingsstigning starte en strøm til kondensatoren, og en spændingssænkning vil give en strøm fra kondensatoren mod generatoren (vedtagen strømretning). Der løber strøm, når spændingen ændrer sig.

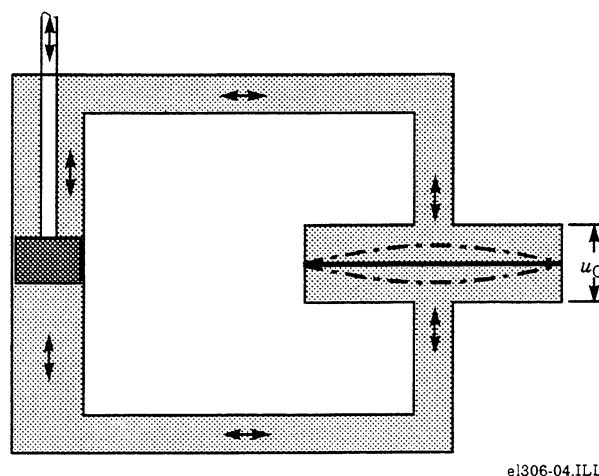
Tilsluttes en kondensator til en sinusformet vekselspænding, vil der hele tiden løbe strøm i kondensatoren.



Ved vekselstrøm bevæger elektronerne i tilledningerne sig frem og tilbage, og på pladerne sker der hele tiden en ladningsudveksling.



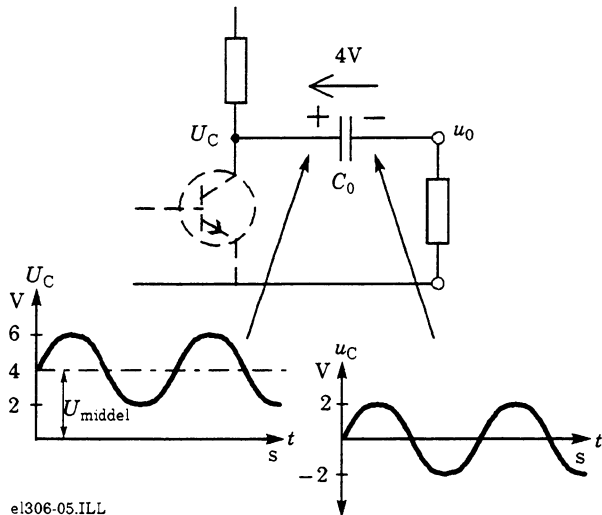
Med den efterhånden kendte væskemodel ser forholdene således ud:



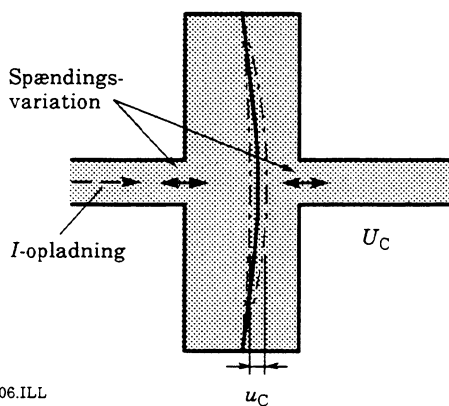
Væsken kan strømme til og fra beholderen i tilledningerne, men væsken kan ikke passere gennem beholderen svarende til, at elektronerne kan bevæge sig i tilledningerne, men ikke passere fra plade til plade.

### Overføringskondensator

Hvis man har en pulserende jævnspænding, kan man udskille variationen som en ren vekselspænding ved at indsætte en kondensator som vist.



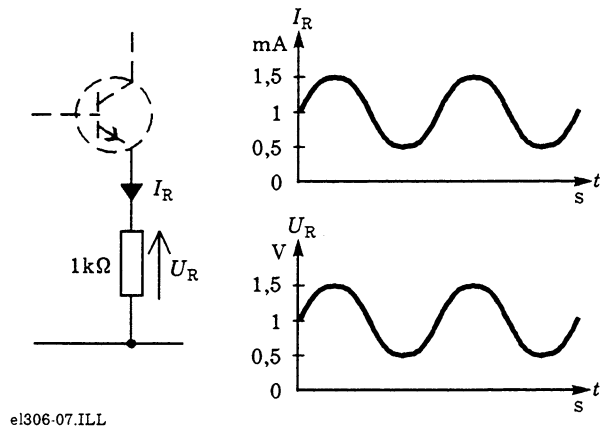
Ved start oplades kondensatoren til jævnspændingens middelværdi. Ved at anvende en relativ stor kondensator bliver vekselspændingsfaldet over kondensatoren ubetydende. Hermed er variationen i jævnspændingen overført til modstanden.



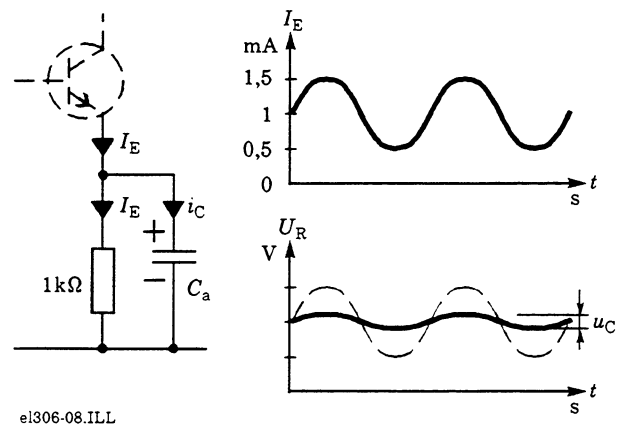
Overført til væskemodellen er ideen, at med stor beholder = stor kapacitet, er membranudslaget, der svarer til vekselspændingen over kondensatoren, ubetydende.

### Afkoblingskondensator

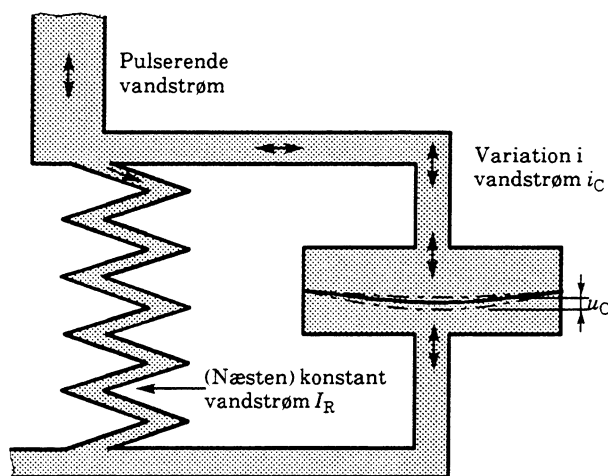
Hvis man sender en pulserende jævnstrøm gennem en modstand, opstår der en pulserende vekselspænding over modstanden.



Med en kondensator kan denne vekselspænding minimeres.



Overført til væskemodellen vil kondensatoren som en stor beholder udligne variationer i væske-tilgangen, så væskestrømningen i "modstanden" bliver konstant.

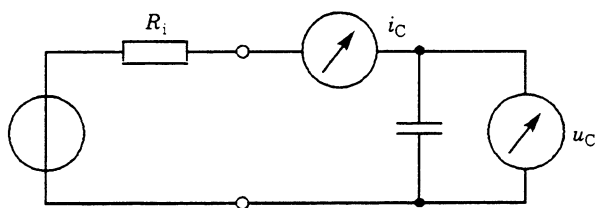


el306-09.ILL

Elektrisk sker der en ladningsudveksling, der ved en stor kondensator giver en lille spændingsvariation over kondensatoren.

## Reaktans

Kondensatorens vekselstrømsmodstand ved sinusformede strømme kaldes reaktans. Formelbetegnelsen er  $X_C$ , og måleenheden er ohm. Reaktansen kan praktisk bestemmes ved måling af strøm og spænding. Herefter kan reaktansen bestemmes med Ohms lov.



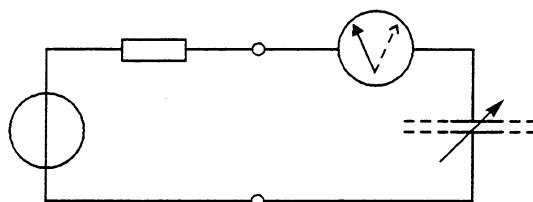
el306-10.ILL

$$X_C = \frac{u_C}{i_C}$$

Er spændingen målt til 3 V ved en strøm på 1 mA, er reaktansen:

$$X_C = \frac{3}{1 \text{ m}} = 3 \text{ k}\Omega$$

Indsætter man en større kondensator i den viste kreds, vil strømmen stige. Heraf kan udledes: **Når kapaciteten øges, bliver reaktansen (vekselstrømsmodstanden) mindre.**



el306-11.ILL

Ændres frekvensen til en højere frekvens, stiger strømmen også. Heraf kan udledes: **Når frekvensen øges, bliver reaktansen mindre.**

Opstillet i en formel findes reaktansen ( $X_C$ ) af:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \pi f C}$$

$$\omega = 2 \pi f$$

$f$  er frekvensen i hertz,  $C$  er kapaciteten i farad.

Ved at beregne:

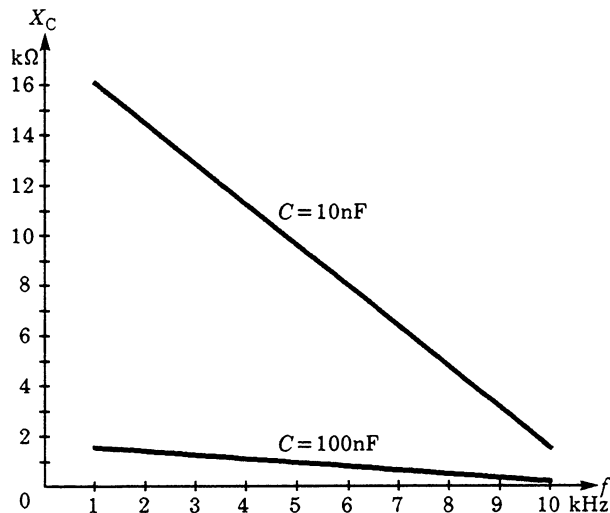
$$\frac{1}{2 \pi} = 0,159$$

forenkles formelen til:

$$X_C = \frac{0,159}{f \cdot C}$$

Denne form er velegnet til overslagsregning.

For oversigtens skyld vises her en graf for  $X_C = f(f)$  ved to forskellige kondensatorstørrelser.



el306-12.ILL

For kondensatoren på 100 nF findes  $X_C$  ved 1 kHz til:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 1\text{ k} \cdot 100\text{ n}} = 1,59\text{ k}\Omega$$

Ved 10 kHz er reaktansen faldet til en tiendedel, 159  $\Omega$ . Mindskes kondensatoren til 10 nF stiger reaktansen 10 gg ved samme frekvens (10 kHz) til 1,59 k $\Omega$ .

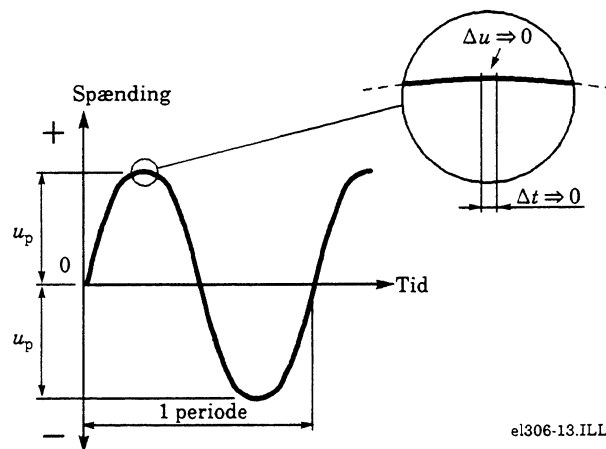
Ændres frekvensen herefter til 1 kHz, bliver reaktansen 15,9 k $\Omega$ .

Grafen bliver lineær med den lineære akseinddeling. Grafen kan ikke afsluttes nedad, da 0 Hz svarer til en jævnspænding. Her eksisterer reaktansbegrebet (vekselstrømsmodstand) ikke.

## Kondensatorens faseforhold

Som fortalt i indledningen reagerer kondensatoren ved at trække strøm på spændingsændringer.

Går vi tæt på en sinusformet vekselspænding, er det karakteristisk, at ved spidsværdien  $u_p$  er spændingsændringen nul.

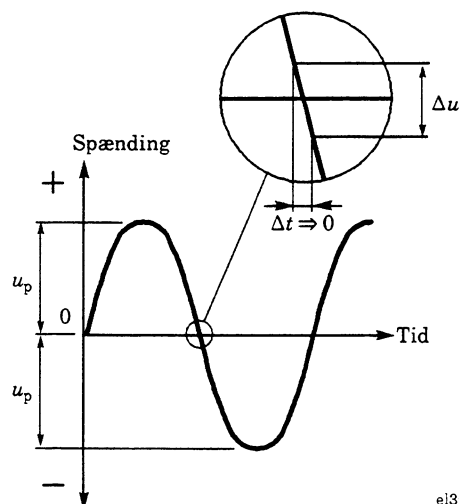


el306-13.ILL

Dette ses ved at mindske tiden  $t$  til en uendelig lille størrelse. Processen svarer til at udmåle en strækning på jordoverfladen på 1 mm. Så er det svært at se, at jorden er rund.

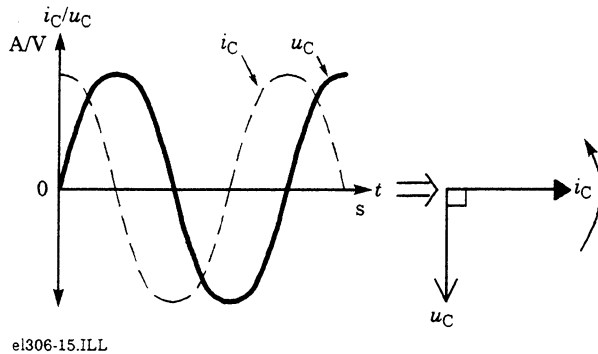
Tilsvarende kan man ikke se en spændingsændring på sinuskurven på dens toppunkt, og strømmen i kondensatoren er ved denne øjebliksværdi nul.

Flytter vi luppen til skæringspunktet med nul-linien, vil nok så lille en tidsudstrækning altid give en spændingsændring.



el306-14.ILL

For kurven som helhed er spændingsændringen størst ved nulgennemgang, hvor kondensatorstrømmen følgelig også er størst. Hermed bliver faseforholdene, som vist herunder.



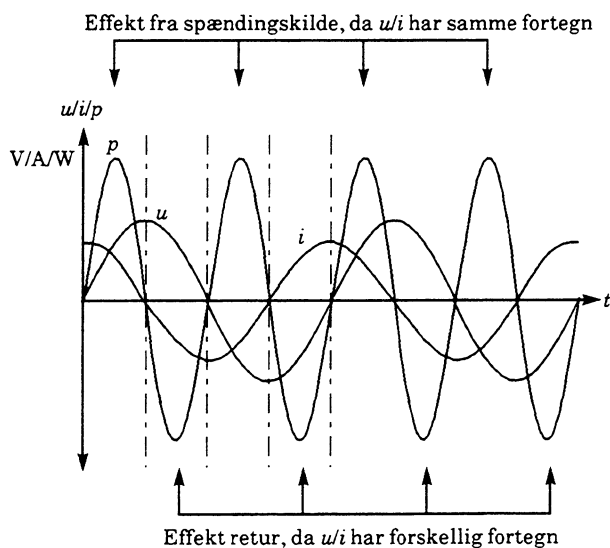
Da der skal tilføres strøm til kondensatoren, før der kan være en spændingsforskel, er strømmen med retning  $90^\circ$  forud for spændingen.

Som huskeregel anvendes pigenavnet ELICE = eLiCe, hvor strømmen  $i$  ved  $C$  er før spændingen  $e$  (her  $\text{emk} = e$ ).

## Kondensatorens effektforhold

### Effektforhold tabsfri kondensator

I den tabsfrie kondensator afsættes kort og godt ingen effekt, men der er tale om en effektudveksling.



Forholdene er, som vist, at der periodisk tilføres effekt til kondensatoren, som så atter leveres tilbage.

Ved effektberegning med formlen:

$$P = u \cdot i \cdot \cos \phi$$

er  $\cos \phi$  ved  $90^\circ$  lig med nul.

Effekten i selve kondensatoren er således nul, uanset strømmens størrelse.

I tilledningerne afsættes effekten:

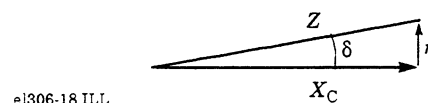
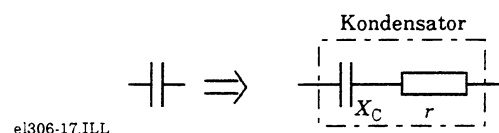
$$P = i^2 \cdot r_t$$

Hvor  $r_t$  er den ohmske modstand i tilledningerne.

### Kondensator med tab

I praksis er kondensatortabene normalt ubetydende, men det afhænger stærkt af kondensatortype og arbejdsfrekvens, så specielt for elektrolytkondensatorer og ved højfrekvens er det klogt at studere komponentlæren og ikke mindst databøger og -blade nøjere.

Tabene kan betragtes som en lille modstand i serie med en tabsfri kondensator.



På grund af fasedrejningen bliver den samlede impedans:

$$Z = \sqrt{X_C^2 + r^2}$$

Fabrikanten angiver tabene ved at anføre tangens til vinklen  $\delta$ . Da vi af tegningen kan skrive:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{r}{X_C}$$

Kan serietabsmodstanden  $r$  findes af:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{r}{X_C} \Leftrightarrow r = \operatorname{tg} \delta \cdot X_C$$

For en metalliseret filmkondensator angiver fabrikanten  $\operatorname{tg} \delta$  ved 10 kHz til:

$$\operatorname{tg} \delta \leq 150 \cdot 10^{-4}$$

Er kondensatoren 10 nF findes:

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \cdot 10 \text{ k} \cdot 10 \mu} = 1,59 \text{ k}\Omega$$

$$r = \operatorname{tg} \delta \cdot X_C = 150 \cdot 10^{-4} \cdot 1,59 \cdot 10^3 \approx 24 \Omega$$

### Effektforhold i kondensator med tab

Dette belyses med et opgaveeksempel.

En fasekompenseringskondensator på 3  $\mu\text{F}$  er tilsluttet lysnettet, hvor den gennemløbes af en strøm på 217 mA.

Hvor stor effekt afsættes maksimalt i den, når  $\operatorname{tg} \delta$  er  $25 \cdot 10^{-4}$ .

Først bestemmes tabsvinklen af:

$$\delta = \operatorname{INV} \operatorname{tg} \delta = \operatorname{INV} 25 \cdot 10^{-4} = 0,143^\circ$$

Herefter bestemmes fasevinklen  $\phi$  (fi) mellem strøm og spænding ved at trække tabsvinklen fra  $90^\circ$ .

$$\phi = 90 - \delta = 90 - 0,143 = 89,86^\circ$$

Effekten findes af:

$$P = u \cdot i \cdot \cos \phi = 230 \cdot 0,217 \cdot 2,5^{-3} = 0,125 \text{ W}$$

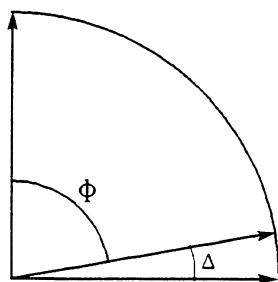
Som det ses, er denne maksimale effekt ubetydende.

### Slutbemærkning

På grund af faseforholdene skal reaktansen  $X_C$  egentlig angives som negativ.

I denne bog er den angivet som numerisk størrelse, hvilket er almen praksis i grunduddannelserne.

□



el306-19.ILL



# Magnetisme

## Generelt

Anvendelsen af magnetisme kan spores tilbage før vor tidsregning, hvor man i Kina benyttede primitive kompasser til navigation.

Teorien for magnetisme udviklede sig i lang tid uden tilknytning til andre fysiske teorier. Med Voltas opfindelse af tørbatteriet indledtes en ny fase. Det er danskeren H. C. Ørsted, som har fået æren af at have påvist sammenhæng mellem magnetisme og elektrisk strøm. De første beskrivelser af, at en magnet kan påvirkes af elektriske strømme, forekommer dog tidligere fra Italien.

## Stoffernes magnetiske egenskaber

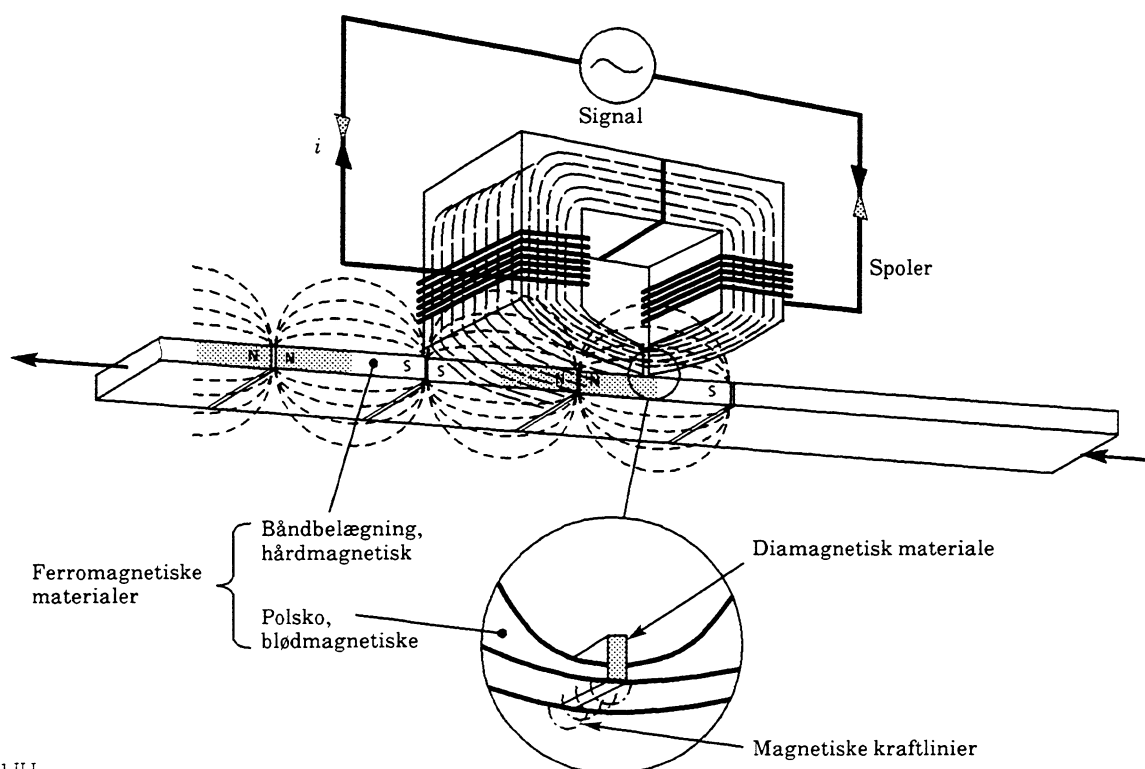
Stofferne kan efter deres egenskaber inddeles i:

- Paramagnetiske materialer, der leder magnetismen som i luft
- Diamagnetiske materialer, der leder magnetismen dårligere end luft
- Ferromagnetiske materialer, der leder magnetismen bedre end luft

De ferromagnetiske materialer inddeles i hårdmagnetiske materialer, der vanskeligt lader sig ommagnetisere og blødmagnetiske materialer, der er nemme at ommagnetisere.

Til en begyndende orientering ses herunder en transducer til omsætning af elektriske signaler til magnetiske felter (tonehoved). Denne transducer anvendes i audioteknikkens kassettebåndoptagere og datateknikkens disk drives.

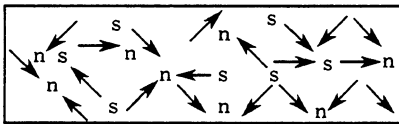
Magnetspolerne magnetiserer jernkernen, der består af et ferromagnetisk og blødmagnetisk materiale, der udgør en god leder for de magnetiske kraftlinier, og som er nemt at ommagnetisere. For at få kraftlinierne til at træde ud ved jernkernens poler er der mellem disse et diamagnetisk materiale, der leder dårligt for de magnetiske kraftlinier.



Kraftlinierne opmagnetiserer nu den ferromagnetiske belægning på bånd eller disk. Dette materiale er hårdmagnetisk, så det elektriske signal "gemmes" som et magnetisk feltmønster, som vist, når bånd eller disk passerer forbi tonehovedet.

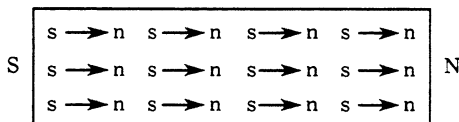
### Permanente magneter

Permanente magneter fremstilles af specielle hårdmagnetiske legeringer. Materialet kan betragtes som bestående af et meget stort antal småmagneter, der i det umagnetiske materiale ligger tilfældigt ordnet, som vist herunder.



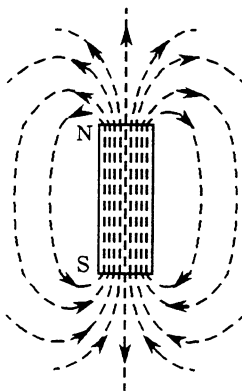
mg015-01

Ved opmagnetisering orienteres småmagneterne, som vist.



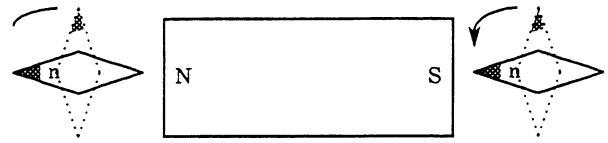
mg015-02

Herefter udviser materialet magnetisme, der defineres som kraftlinier, der har retning fra nord mod syd uden for magneten, og fra syd til nord inde i magneten.



mg015-04

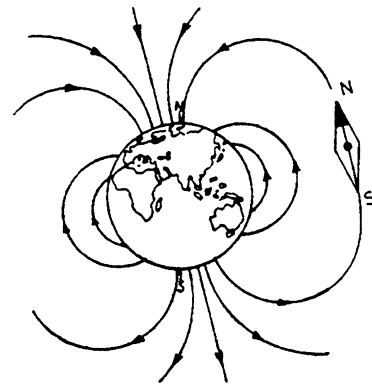
Den magnetiske kraft giver frastødning ved ensartede poler og tiltrækning ved forskellige poler.



mg018-64

De drejelige magneter er stangmagneter udformet som kompasnåle.

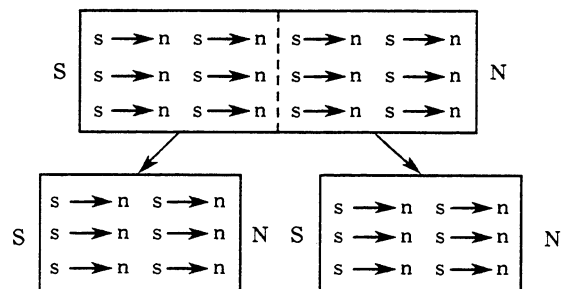
Den største permanente magnet i vor nærhed er jordkloden.



mg015-06.RES

Bemærk, at den geografiske nordpol egentlig er en magnetisk sydpol (da kompasnålens nordpol peger mod denne).

Teorien med småmagneterne er udmærket til de fleste betragtninger. Den viser, at der ikke kan eksistere isolerede poler, men at der altid vil være en syd- og nordpol ved deling af et magnetisk materiale.



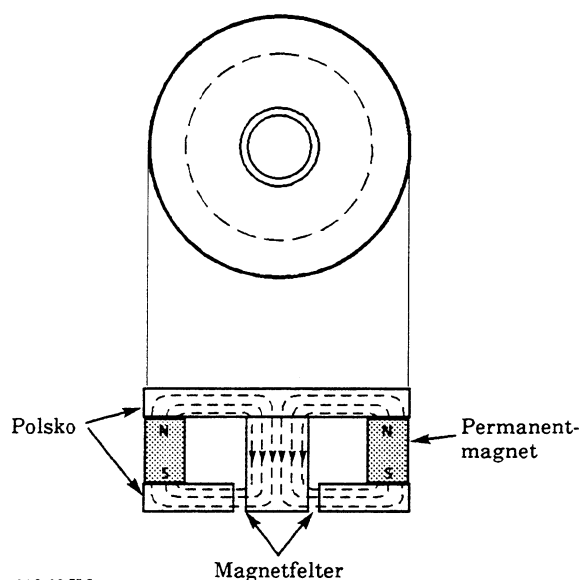
mg018-64

Magnetismens natur er ikke helt klarlagt. Man tillader sig i dag at betragte magnetisme som et resultat af en kollektiv fælles spinretning for atomernes elektroner.

### Det magnetiske kredsløb, flux og fluxtæthed

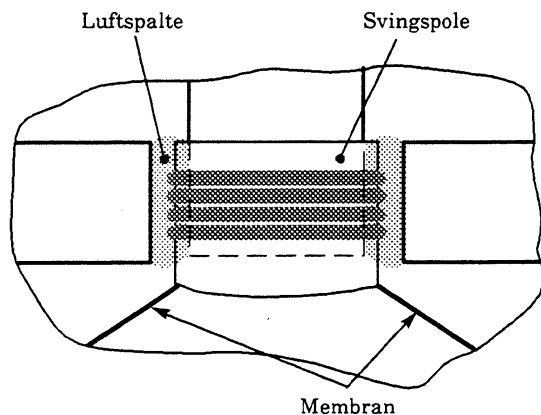
Til praktisk brug anvendes permanente magneter i mange udformninger, ofte sammen med polsko af blødmagnetisk materiale, der er lettere bearbejdeligt.

Herunder ses et magnetstel til en elektrodynamisk højttaler, hvor det drejer sig om at frembringe et kraftigt ensartet magnetisk felt i en luftspalte.



mg018-03.ILL

I denne luftspalte placeres en svingspole, hvorved elektriske signaler omdannes til mekanisk kraft, der så driver en membran, der igen omdanner den mekaniske kraft til lydbølger.

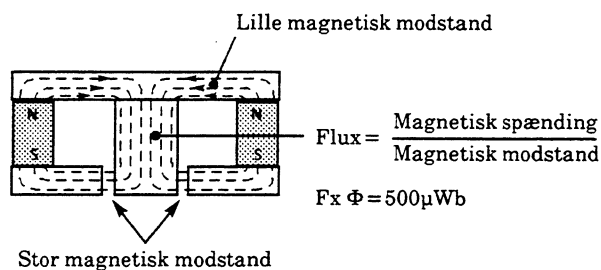


mg018-04.ILL

Den samlede magnetisme i kredsløbet kaldes magnetisk flux. Den har formelsymbolet  $\Phi$  (phi), og måleenheden er weber (Wb).

Den magnetiske flux er ligefrem proportional med magnetens dimensioner og i øvrigt afhængig af det anvendte materiale. Eksempelvis er Al-Ni-Co-magneter ca. dobbelt så kraftige pr. volumen-enhed som ferritmagneter.

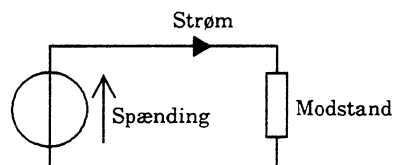
Den opnåede flux er omvendt proportional med den samlede magnetiske modstand i kredsløbet for kraftlinierne, som magnetstellet som helhed udgør. Denne modstand er her væsentligt bestemt af luftspalten.



mg018-05.ILL

Man kan sige, at magneten frembringer en magnetisk spænding, der driver en magnetisk strøm (flux), der begrænses af magnetstellets magnetiske  $\Phi$  modstand.

Bemærk sammenligningen med et elektrisk kredsløb.



$$\text{Strøm} = \frac{\text{Spænding}}{\text{Modstand}}$$

mg018-06.ILL

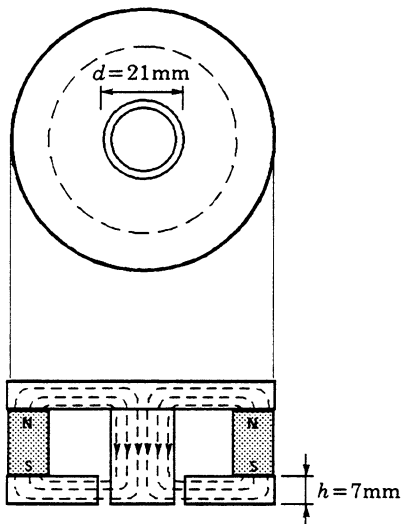
I luftspalten er der tale om en fluxtæthed, der kaldes magnetisk induktion. Denne har formeltegnen  $B$ , og måleenheden er tesla (T).

Den magnetiske induktion, fluxtætheden, svarer til begrebet strømtæthed ved elektriske kredsløb og findes tilsvarende.

$$B = \frac{\Phi}{A} \left( \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} = \text{T (tesla)} \right)$$

Måleenheden er weber pr. kvadratmeter ( $\text{Wb}/\text{m}^2$ ), som har fået sit eget navn tesla (T).

I det viste tilfælde findes arealet midt i luftspalten som:



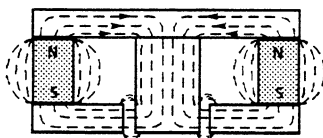
mg018-07.ILL

$$A = \pi \cdot d \cdot h = \pi \cdot 21 \text{ m} \cdot 7 \text{ m} = 462 \mu\text{m}^2$$

Fluxtætheden midt i feltet er:

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{500 \mu}{462 \mu} = 1,08 \text{ T} \approx 1 \text{ tesla}$$

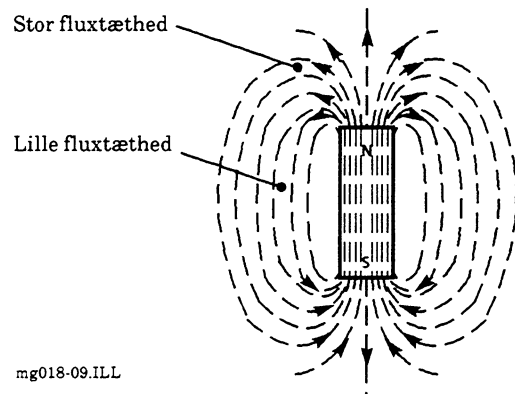
Den viste beregning er forenklet, da nogle af magnetens kraftlinier løber uden om luftspalten.



mg018-08.ILL

Vi kan fastslå, at den samlede magnetisme, den magnetiske flux  $\Phi$  i weber, fordelt over arealet  $A$  i kvadratmeter, som feltlinierne passerer, giver en magnetisk induktion (fluxtæthed)  $B$  i tesla.

**Ved samme flux falder den magnetiske induktion ved større areal.**

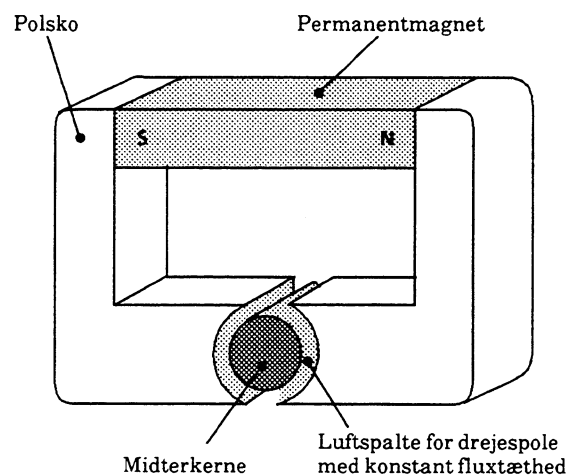


mg018-09.ILL

Den magnetiske induktion varierer eksempelvis stærkt omkring en stangmagnet.

Samme magnetiske induktion (fluxtæthed) opnås ved passende magnetisk udformning, som vist ved højttalermagneten.

Herunder vises magnetstellet til et drejespoleinstrument, hvor den cylindriske midterkerne sikrer konstant fluxtæthed i luftspalten, hvor drejespolen skal placeres.



mg018-10.ILL

## Elektromagnetisme

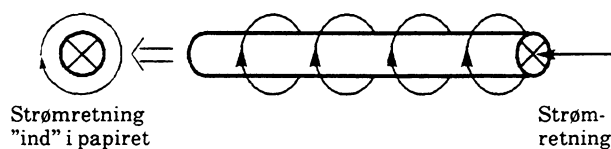
Elektroner i bevægelse skaber et magnetfelt omkring sig, uanset om de bevæger sig i en elektrisk leder eller i vakuum. Dette giver sammenhængen mellem strøm og magnetisme.

Enhver leder har også en såkaldt selvinduktion. Dette har stor betydning ved kredsløb, der arbejder ved meget høje frekvenser.

### Magnetfeltet omkring en leder

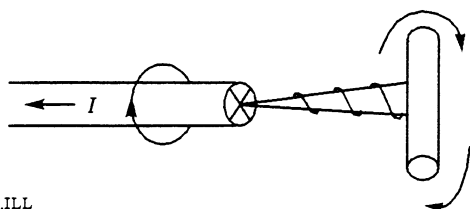
H.C. Ørsted viste med sit forsøg, at en kompasnål giver udslag, når den placeres over en strømførende leder. Strømmen skaber et magnetfelt omkring lederen.

Feltet kan illustreres med cirkler, som vist herunder.



mg018-11.ILL

Feltet har retning, som kan huskes ved hjælp af den viste proptrækkerregel.

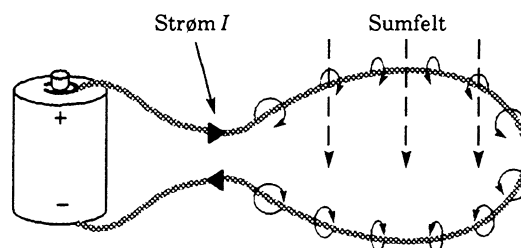


mg018-12.ILL

Magnetfeltet har retning som en proptrækker drejet ind i lederen i strømmens retning.

Feltet er kraftigst ved lederens overflade og aftager udefter.

Ændres lederen til en cirkelform (enkeltvinding), vil feltbidragene langs lederen samles.

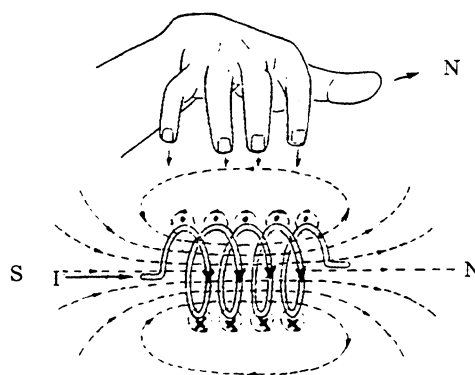


mg018-13.ILL

Samles flere enkeltvindinger til en spole, forenes feltbidragene til et sumfelt.

Feltet har retning, som tidligere beskrevet, hvilket betyder, at det udvendigt løber fra spolens nordpol til sydpol og indvendigt fra sydpol til nordpol.

Dette kan bestemmes med højrehandsreglen: Når højre hånd holdes over spolen med fingrene i strømmens retning, peger tommelfingeren i nordpolens retning.



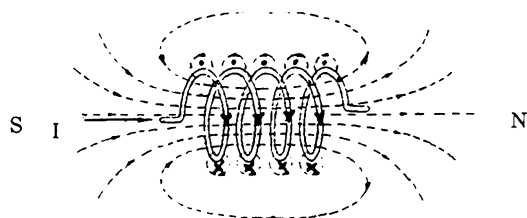
mg016-06.RES

Produktet af strøm og vindingstal virker som drivkraft for magnetismen. Dette betegnes ofte amperevindingstallet. I fysikken kaldes det for den magnetiske spænding.

Magnetfeltet begrænses af den magnetiske modstand som kraftlinierne skal passere.

Den magnetiske modstand varierer med materialevælg, længde og areal, ligesom modstanden over for den elektriske strøm varierer med disse størrelser.

En forskel er, at luft (eller vakuum) godt kan være leder for magnetisme. Den er ikke særlig god, men til gengæld tabsfri.



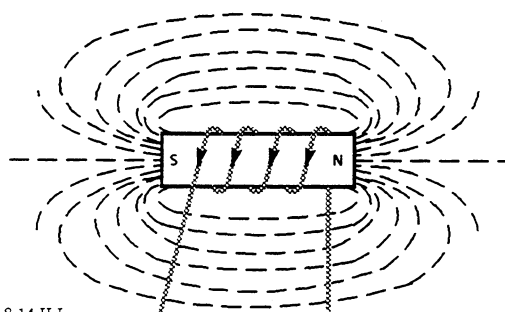
mg018-64.RES

For den viste luftspole er den magnetiske modstand størst inde i spolen, hvor arealet er begrænset. Uden for spolen er modstanden meget mindre, da kraftlinierne her har plads nok.

Feltet omkring spolen kan beskrives ved dets feltstyrke, der er proportional med den drivende kraft (amperevindinger/magnetisk spænding) og omvendt proportional med den samlede magnetiske modstand.

$$\text{Flux} = \frac{\text{Magnetisk spænding}}{\text{Magnetisk modstand}}$$

Ønskes et kraftigere felt, kan den magnetiske modstand begrænses ved at forsyne spolen med en jernkerne som vist.

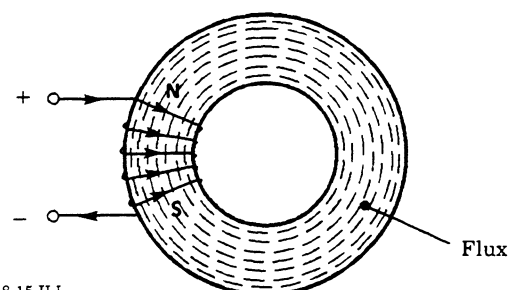


mg018-14.ILL

Dette vil mangedoble feltet, men nu er den magnetiske modstand uden for spolen den største begrænser.

Størst muligt felt opnås med en ringkerne, hvor kraftlinierne over alt løber i et materiale med lav magnetisk modstand.

Magnetisk modstand kaldes for reluktans.

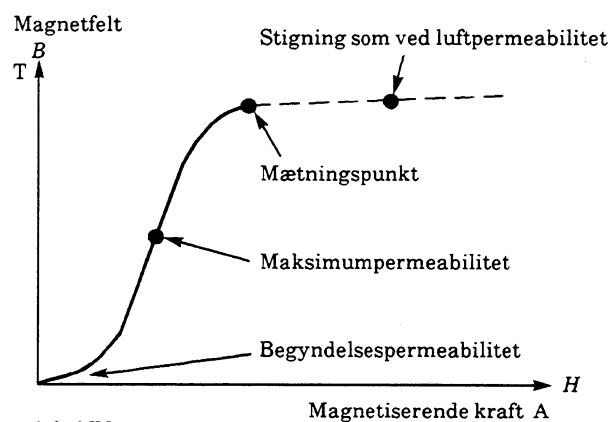


mg018-15.ILL

I stedet for magnetisk modstand (reluktans) kan man anvende reciprokstørrelsen magnetisk ledningsevne. Denne kaldes for permeabilitet.

I tabeller er oftest angivet den relative permeabilitet, der er en talstørrelse, som angiver, hvor mange gange materialet leder bedre end luft.

Den magnetiske ledningsevne, permeabiliteten og ændringen på samme, varierer med størrelsen af den magnetiserende kraft.



mg018-16.ILL

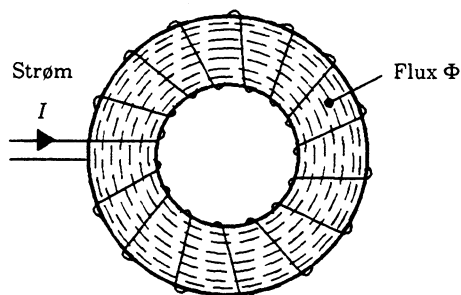
Ved meget små feltstyrker er permeabilitetsændringen lav. Herefter stiger den til maksimumpermeabiliteten. Til sidst indtræder mætning, hvorefter magnetfeltet kun øges med permeabiliteten for luft.

Kernens areal skal derfor afpasses efter opgaven på samme måde, som trådarket skal passe til strømstyrken i et elektrisk kredsløb.

### Magnetiske begreber og måleenheder

For den, der vil forsøge at skabe overblik og sammenhæng over de anvendte begreber og måleenheder, bringes en forenklet oversigt.

I den viste spole vil der løbe en samlet magnetisme, kaldet den magnetiske flux, i kernen proportionalt med strømmen  $I$ .



mg018-17.ILL

Beregningsmæssig findes sammenhængene således:

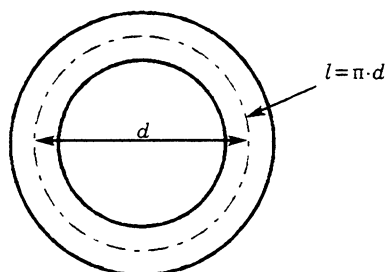
- Den drivende kraft er strøm gange vindingstal og kaldes magnetisk spænding

$$\Theta = I \cdot N$$

Formeltegnet er  $\Theta$ , og måleenheden er ampere (A).

Denne magnetiske spænding giver en feltstyrke, som er magnetisk spænding divideret med middejlængden for kraftlinierne i kernen.

Formeltegnet er  $H$ , og måleenheden er ampere pr. m (A/m).



mg018-18.ILL

$$H = \frac{I \cdot N}{l} \text{ (A/m)}$$

Feltstyrken giver en magnetisk induktion (flux-tæthed), der er afhængig af den magnetiske ledningsevne (permeabiliteten) i kernen.

$$B = \mu \cdot H \text{ (T)}$$

Induktionen har formeltegnet  $B$  og måles i tesla (T).

Permeabiliteten har formeltegnet  $\mu$  og måles i henry pr. meter (H/m).

For vakuum, svarende til luft, findes vakuumpermeabiliteten:

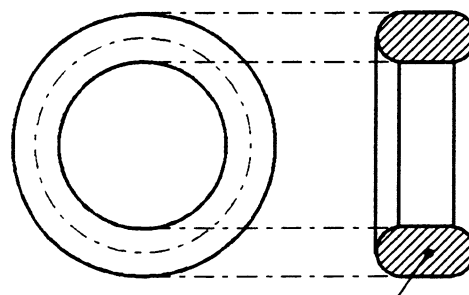
$$\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ (H/m)}$$

For materialerne angives permeabiliteten  $\mu_r$ , hvilket angiver magnetisk ledningsevne i forhold til  $\mu_0$ .

Hermed findes induktionen til:

$$B = \mu \cdot H = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H \text{ (T)}, \text{ fordi } \mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

Endelig findes det samlede magnetfelt, den magnetiske flux, ved at gange magnetisk induktion med kernearealet.



mg018-19.ILL

Kerneareal A

$$\Phi = B \cdot A \text{ (Wb)}$$

Fluxen har formeltegnet  $\Phi$ , og måleenheden er weber (Wb).

Via omskrivninger findes:

$$\Phi = B \cdot A = \mu \cdot H \cdot A =$$

$$\mu_0 \cdot \mu_r \cdot H \cdot A = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{I \cdot N}{l} \cdot A$$

Ved omordning:

$$\Phi = I \cdot N \cdot \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}{l}$$

Størrelsen:

$$\frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}{l}$$

kaldes kernens magnetiske ledningsevne (permeans):

$$\Lambda = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}{l}$$

Magnetisk ledningsevne (permeans) har formeltegnet  $\Lambda$  (stor lambda), og måleenheden er henry (H).

Nu kan den magnetiske flux findes af:

$$\Phi = I \cdot N \cdot \Lambda = \Theta \cdot \Lambda \quad (\text{T})$$

Sammenlign med

$$I = U \cdot G \quad (\text{Strøm} = \text{Spænding} \times \text{ledningsevne})$$

Reciprokværdien af magnetisk ledningsevne er meget naturligt magnetisk modstand:

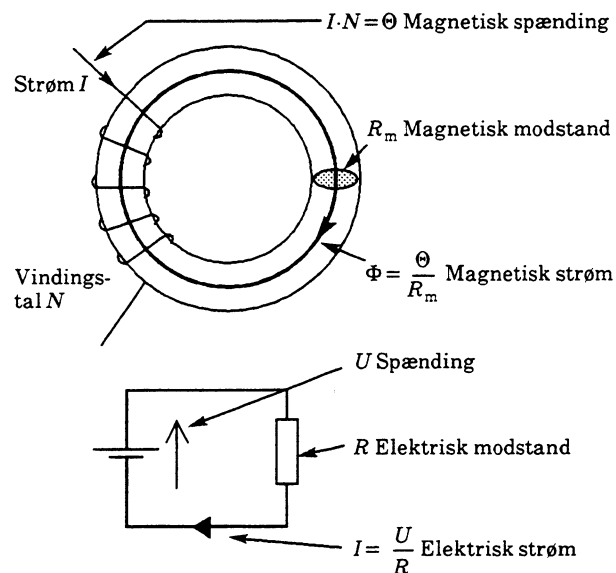
$$R_m = \frac{1}{\Lambda} = \frac{l}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}$$

Magnetisk modstand har formeltegnet  $R_m$  og måles i ampere pr. weber (A/Wb).

Nu kan den magnetiske flux også skrives:

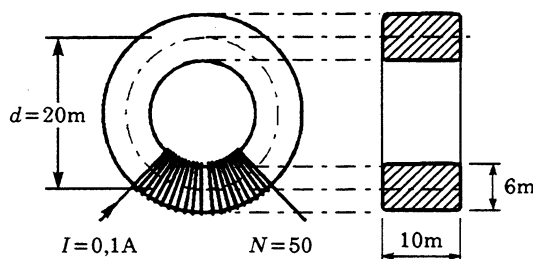
$$\Phi = \frac{I \cdot N}{R_m} = \frac{\Theta}{R_m}$$

Dette er således Ohms lov for magnetisme.



mg018-20.ILL

### Beregningseksempel



$$\begin{aligned} l &= \pi \cdot d = \pi \cdot 20\text{m} = 62,8\text{mm} \\ A &= 10\text{m} \cdot 6\text{m} = 60\mu\text{m} \\ \mu_r &= 500 \\ \mu_0 &= 4\pi \cdot 10^{-7} (\text{H/m}) \end{aligned}$$

mg018-21.ILL

$$l = \pi \cdot d = \pi \cdot 20\text{m} = 62,8\text{mm}$$

$$A = 10\text{m} \cdot 6\text{m} = 60\mu\text{m}$$

$$\mu_r = 500$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} (\text{H/m})$$



Af oplysningerne findes:

$$R_m = \frac{l}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A} = \frac{62,8 \text{ m}}{4 \pi \cdot 10^{-7} \cdot 500 \cdot 60 \mu} = 1,66 \cdot 10^6 \text{ A/Wb}$$

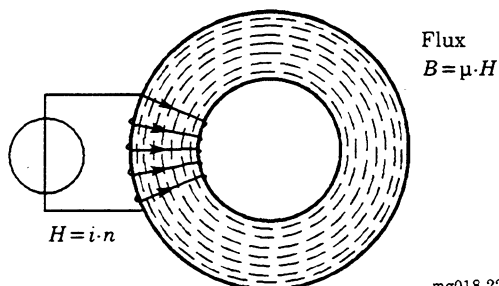
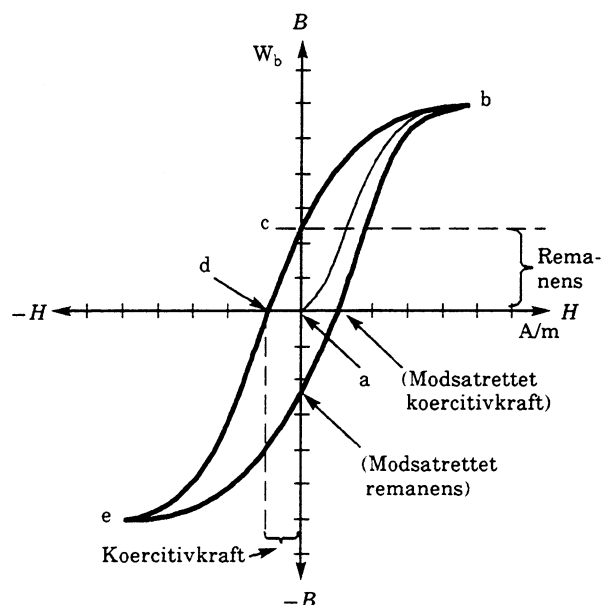
$$\Theta = I \cdot N = 0,1 \cdot 50 = 5 \text{ A}$$

$$\Phi = \frac{\Theta}{R_m} = \frac{5}{1,66 \cdot 10^6} = 3 \mu\text{Wb}$$

### Hysteresekurven

Når spolerne anvendes til vekselstrøm, udsættes kernematerialet hele tiden for en ommagnetisering.

De ferromagnetiske materials evne til at lade sig ommagnetisere belyses bedst via hysteresekurven.



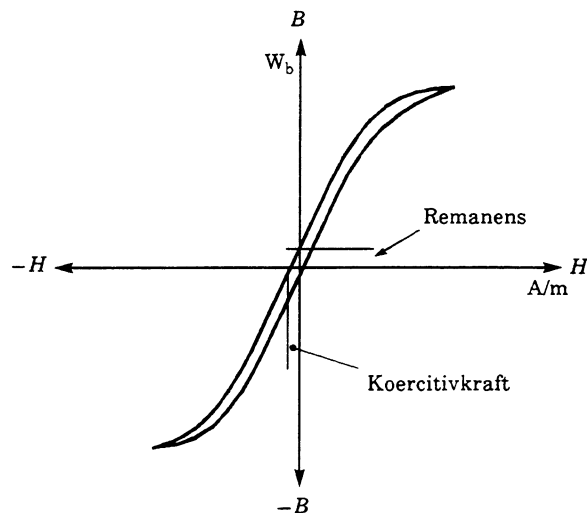
mg018-22.ILL

På den vandrette akse har vi den magnetiserende kraft, der både skifter retning og størrelse proportionalt med spolestrømmen.

Første gang kernen magnetiseres, vil magnetismen (fluxtætheden) stige efter kurven a-b. Når strømmen og med denne den magnetiserende kraft mindskes til nul, vil magnetismen falde efter kurven b-c. Der vil være en restmagnetisme tilbage i kernen, der betegnes kernens **remanens**. For at fjerne denne, må der magnetiseres med en modsatrettet kraft, indtil magnetismen ved d er nul. Mængden af modmagnetiserende kraft kaldes **koercitivkraft**.

I takt med den yderligere magnetisering stiger induktionen, som vist til e. Herefter gentages forløbet, som netop beskrevet, blot med modsat fortegn.

For at opnå lave tab skal remanens og koercitivkraft være mindst mulige.



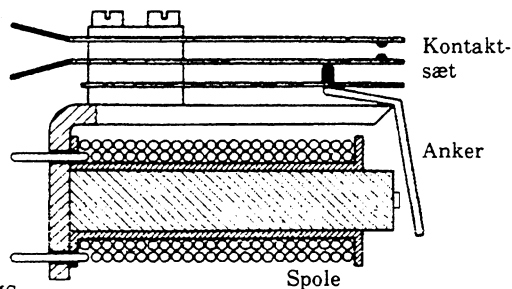
mg018-23.ILL

Herved formindskes kurvens areal, og tabene bliver mindre.

Lave hysteresetab opnås ved anvendelse af blødmagnetiske legeringer. Ved lave frekvenser anvendes lamelleret siliciumjern. Ved højere frekvenser anvendes eksempelvis ferritkerner.

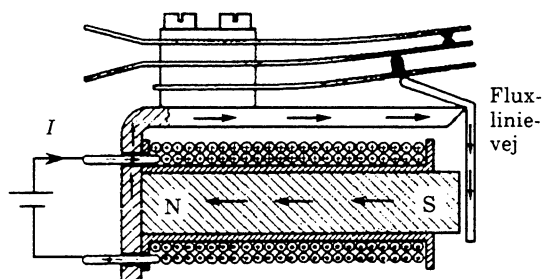
### Relæspole

Herunder ses en relæspole med magnetstel og kontakter.



ek439-02.IMG

Feltlinierne løber i magnetstellet og giver en trækraft, koncentreret i luftspalten, så ankret, som det ses herunder, slutter kontaktsættet.



mg018-24.IMG

Når relæet er spændingsløst, er luftspalten meget bred. Dette giver en relativ stor magnetisk modstand. Når relæet sluttes, bliver luftspalten meget lille. Herved falder den magnetiske modstand, og den magnetiske flux og den mekaniske kraft stiger.

Dette betyder, at hvis man langsomt øger strømmen, vil relæet pludselig trække og slutte helt på grund af den selvforstærkende virkning. Herefter kan strømmen mindskes til en meget mindre værdi (eksempelvis halvdelen), før relæet atter bryder.

Normalt angives en større nominel strøm, så relæet trækker sikkert, eksempelvis:

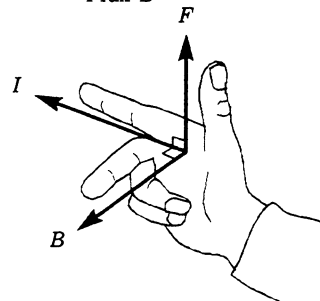
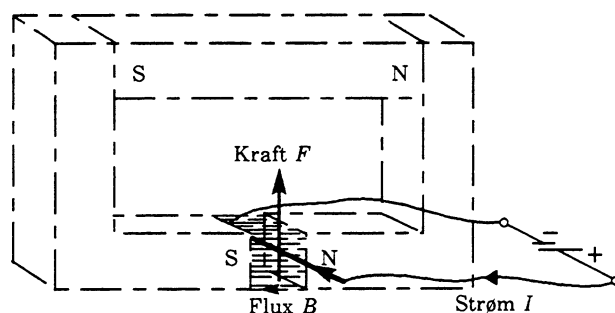
- Nominel strøm 38 mA
- Aktiveringsstrøm 18 mA
- Holdestrøm 10 mA

### Omsætning elektrisk strøm/mekanisk kraft

Med sit forsøg med kompasnålen viste Ørsted vejen mod omsætning af elektrisk energi til mekanisk energi. Relæspolen er også et eksempel på dette. Her følger flere.

#### Strømførende leder i et magnetfelt

Anbringes en strømførende tråd i et magnetfelt, vil der ske en omsætning til mekanisk kraft.



mg018-25.ILL

De sammenhængende retninger kan findes med højre hånd som vist.

Er samtlige retninger vinkelret på hinanden, findes kraftpåvirkningen til:

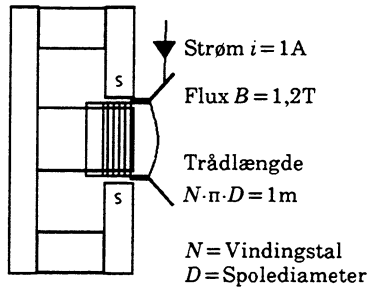
$$F = B \cdot I \cdot l$$

$F$  er mekanisk kraft i newton (N),  $I$  er strømmen i ampere (A), og  $l$  er trådlængden i magnetfeltet med fluxtætheden  $B$  i tesla (T).

### Beregningseksempel

En højttalers svingspole er viklet med en tråd med totallængden 1 m. Spolen er anbragt i et magnetfelt med fluxtætheden 1,2 T.

Ved en strøm på 1 A påvirkes spole og membran af en kraft på:

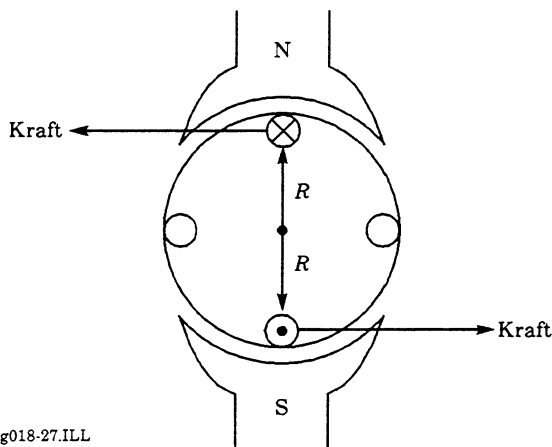


mg018-26.ILL

$$F = B \cdot i \cdot l = 1,2 \cdot 1 \cdot 1 = 1,2 \text{ N}$$

### Motorprincippet

El-motoren er transduceren, der omsætter elektrisk strøm til mekanisk kraft. Tegningen herunder viser en strømførende leder, anbragt på rotoren, der ifølge højrehåndsreglen for leder i magnetfelt vil rotere mod uret.



mg018-27.ILL

Rotorens drejningsmoment  $T$  er proportional med magnetfluxen  $\phi$  og ankerstrømmen  $I_a$  samt en motorkonstant  $K$ .

$$T = K \cdot \phi \cdot I_a$$

Motorkonstanten knytter sig til de mekaniske forhold ved motoren, vindingstal, rotorens radius, den opnåede fluxtæthed osv. Så en egentlig beregning kræver kendskab til alle disse ting.

Via omregninger kan man for en given motor finde drejningsmomentet i newton meter (N·m):

$$T = \frac{P \cdot 9,55}{n} (\text{N} \cdot \text{m})$$

$P$  er tilført effekt, og  $n$  er motoromdrejninger pr. minut.

Ved effekten 1 kW og 3 000 r/min bliver drejningsmomentet:

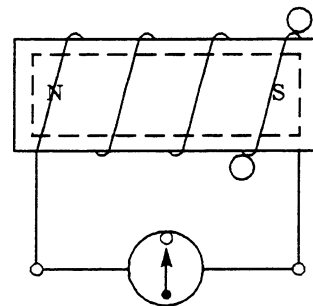
$$T = \frac{1\,000 \cdot 9,55}{3\,000} = 3,18 \text{ N} \cdot \text{m}$$

### Omsætning mekanisk kraft/elektrisk strøm

#### Induktion

Hovedparten af elektrisk energi fremstilles ved hjælp af induktion, der derfor har stor betydning for vor hverdag.

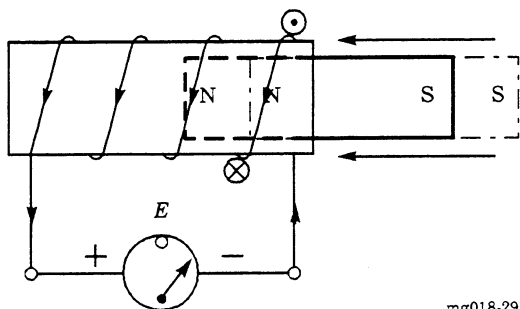
Da man i tidligere tider havde fundet frem til, at en strøm i en spole giver et stationært magnetfelt, faldt tanken på, om et stationært felt gav en tilsvarende strøm.



mg018-28.ILL

Dette strider mod energisætningen, og til almindelig skuffelse for datidens forskere løb der ingen strøm, når de anbragte en permanentmagnet i en spole.

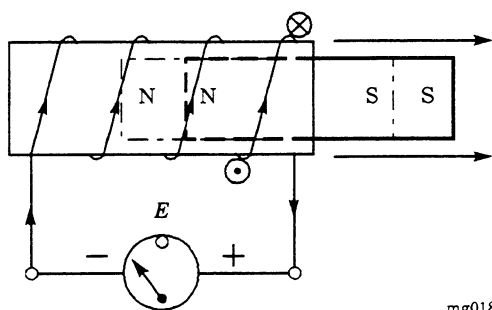
Det gjorde der til gengæld, så snart de bevægede magneten.



mg018-29.ILL

Når magneten bevæges ind i spolen, løber der strøm som vist.

Når magneten bevæges ud, løber strømmen i modsat retning.



mg018-30.ILL

Den opnåede elektriske energi hentes fra bevægelsen. Kortslyttes spolen, vil magneten kræve større trækraft, og kortslutningsstrømmen vil give en energiomsætning til varme i spolen.

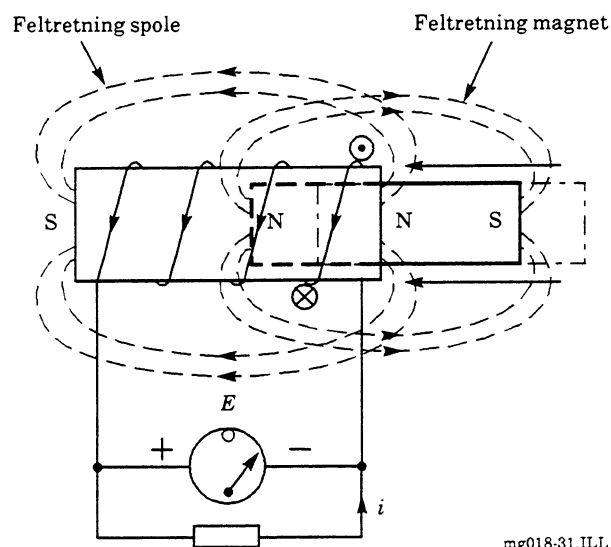
Vi må fastslå, at kun en feltændring inducerer en spænding.

Man kan egentlig kun fremstille vekselspænding/-strøm ved induktion. Denne må så ensrettes mekanisk i en jævnstrømsdynamo eller elektrisk i ensretterkredsløb.

Retningen af den inducerede spænding kan bestemmes ud fra Lenz lov:

**Når man ændrer fluxen af et magnetfelt gennem en lukket vinding, induceres der en elektrisk strøm i denne, som modvirker fluxændringen.**

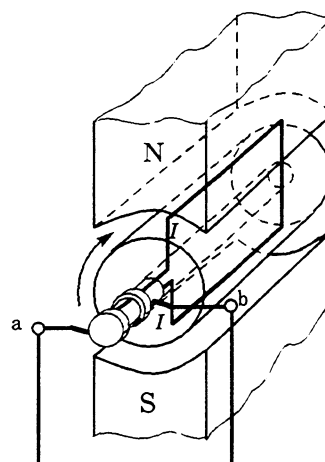
Ved hjælp af højrehåndsregelen ses, at spolen med strømmen  $i$  danner et magnetfelt modsat rettet feltet fra den permanente magnet.



mg018-31.ILL

### Dynamoprincippet

Til fremstilling af elektrisk energi anvendes i princippet den viste konstruktion med en roterende spole i et magnetfelt.



mg018-32.ILL

Den viste enkeltvindings ender er forbundet til to kontaktringe, hvorfra den inducerede spænding kan føres til brugeren.

Ifølge Faradays induktionslov induceres der en tomgangsspænding, der kan bestemmes med formlen:

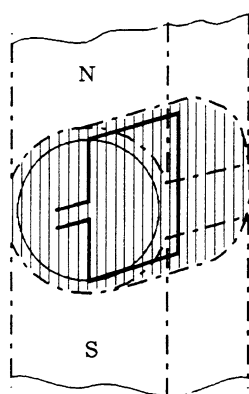
$$E = -A \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

$A$  er spolearealet i kvadratmeter,  $\phi$  er den magnetiske flux i spolen.

Fortegnet er et resultat af Lenz lov og de gældende fysiske fortegnkonventioner.

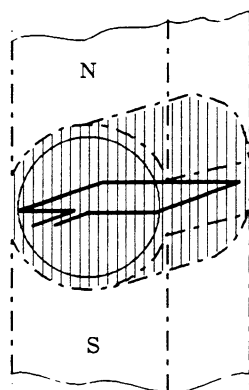
Som formelen siger, er det fluxændringen, der bestemmer spændingsstørrelsen.

Når spolen står lodret, er feltet i spolen nul.



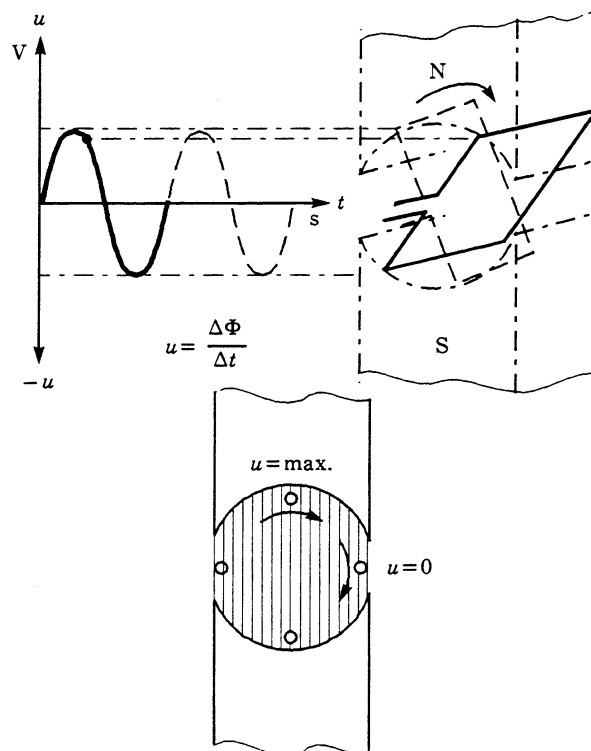
mg018-33.ILL

Drejes spolen 90°, findes det størst mulige felt i spolen, men der er ingen feltændring, lige når spolen passerer vandret plan.



mg018-34.ILL

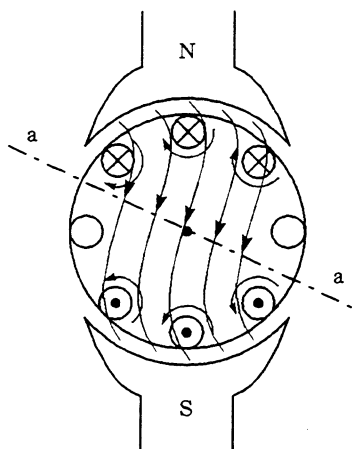
Det interessante er, at feltændringen i spolen er størst, når spolen bevæges omkring sin lodrette position. Her ændres feltet meget, og det skifter retning. Sammenhæng mellem induceret spænding og spolehældning i feltet bliver derfor, som vist herunder.



mg018-35.ILL

Den inducerede spænding er størst, når lederen bevæger sig på tværs af feltlinierne, og nul, hvor lederen netop bevæger sig på langs med feltlinierne. Der induceres en sinusformet vekselspænding.

Når dynamoen belastes, vil det modsatrettede felt fra spolen i øvrigt give en drejning af hovedfeltet, som vist herunder.

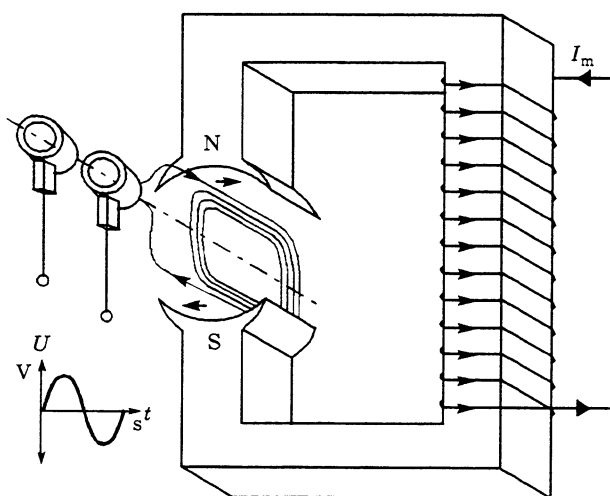


mg018-36.ILL

Feltændringen og dermed spændingens spidsværdi er generelt stigende med omdrejningstallet. Dette er kendt fra cykeldynamoer.

På el-værkerne roterer dynamoerne med konstant hastighed på 50 gg i sekundet svarende til 3 000 omdrejninger pr. minut.

Spændingsreguleringen sker ved at ændre på magnetfeltet, der som vist herunder, dannes af en elektromagnet.



mg018-37.ILL

Ved flere vindinger findes:

$$E = - N \cdot A \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

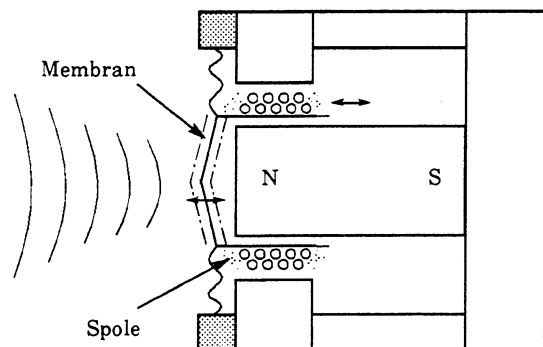
$N$  er vindingstallet på rotorspolen.

Ved at ændre på magnetiseringsstrømmen  $I_m$  kan den magnetiske flux og med denne spændingen holdes konstant ved varierende belastning.

El-værkernes dynamoer eller generatorer, som de også kaldes, er mere kompliceret opbygget, da de leverer trefaset vekselstrøm.

### Elektrodynamiske transducere

Den elektrodynamiske mikrofon er egentlig blot en "omvendt anvendt" højttaler.

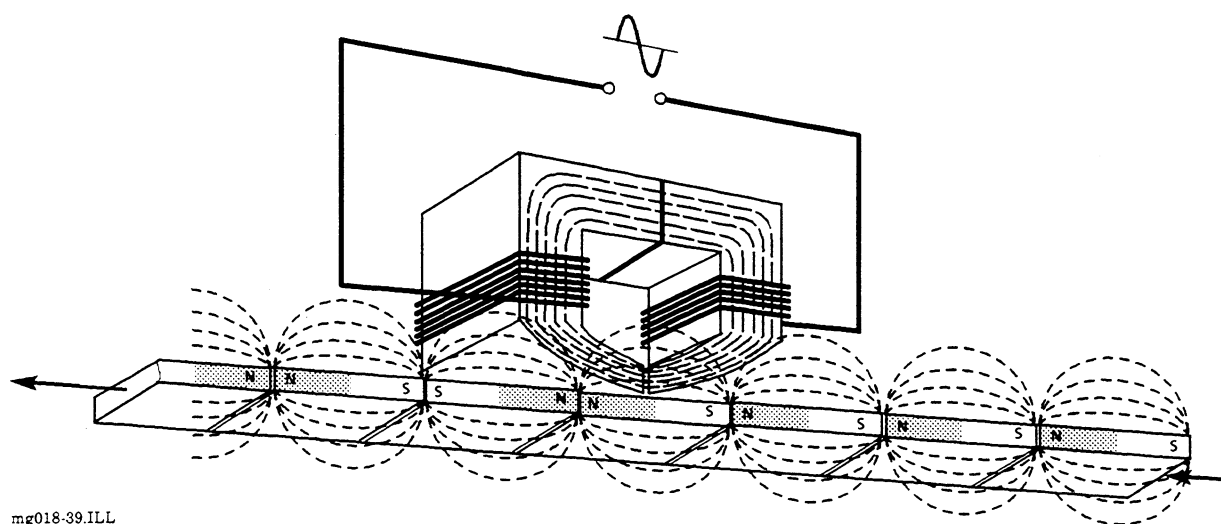


mg018-38.ILL

Den virker ved, at en svingspole via en membran bevæges i et magnetfelt, så der i spolen induceres en spænding i takt med lydbølgerne.

Herunder ses tonehovedet fra båndoptager eller disk drive.

Når bånd eller disk bevæger sig, induceres en spænding fra det varierende magnetfelt.

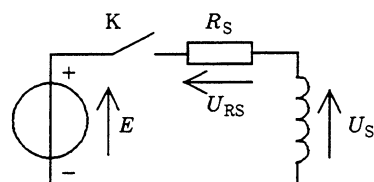


mg018-39.ILL

### Spole ved jævnstrøm

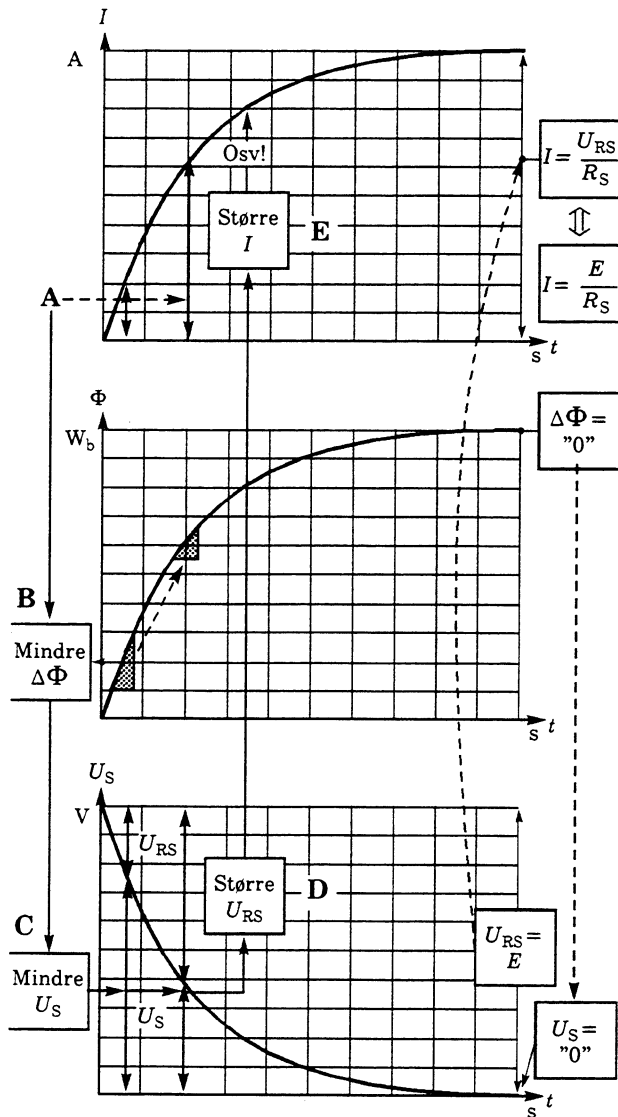
Vi vil nu se nærmere på forholdene, når en spole tilsluttes en jævnspænding. Der er en del at over-se, trods forenklinger. Så det kan være nyttigt at læse flere gange for at kunne overskue forholdene.

På tegningen herunder er modstanden  $R_s$  summen af spændingskildens indre modstand og modstanden i spolen.



mg018-40.ILL

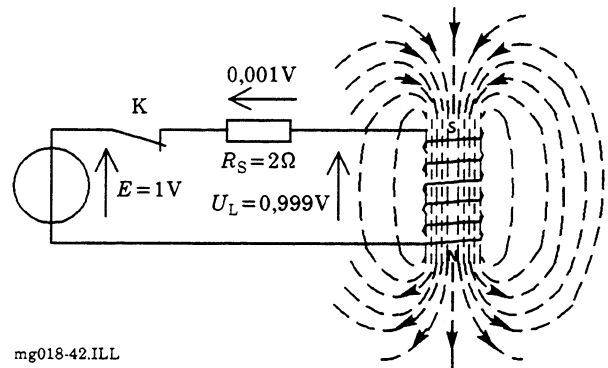
Når kontakten sluttet, starter spolestrømmen fra nul og øger. I takt med strømstigningen vokser den magnetiske flux.



mg018-41.ILL

Fluxændringen inducerer en spænding i selve spolen, der har modsat retning som den tilsluttede spænding.

Begyndelsesstrømmen er derfor lille, da spændingsfaldet over kredsløgets ohmske del er lille, se figuren herunder.



mg018-42.ILL

Sammenhængene er vist i kurvesættet.

Begynd ved A:

Stigende strøm giver mindre strøm- og flux-ændring med tiden  $t$  (B).

Herved aftager den inducerede spænding  $U_S$  (C).

Dette giver ref. ovenstående kredsløbsfigur og kurverne et større spændingsfald  $U_{RS}$  (D).

Herved stiger strømmen  $I$  (E) osv.

Til sidst ændrer strømmen sig ikke længere.

Forholdene er vist til højre på kurverne.

Feltændringen og den inducerede spænding i spolen er væk, og der løber nu en stationær strøm.

Med taleksempel fra ovenstående findes:

$$I = \frac{E}{R_S} = \frac{1}{2} = 0,5 A$$

### Selvinduktion

Som angivet begrænses strømmens opvoksen af de beskrevne forhold, der skyldes, at spolen ved strømtilslutning omgående selv inducerer en spænding med modsat retning som den påtrykte spænding, spolen "selvinducerer" en spænding.



Selvinduktionen har formeltegnet  $L$  og måles i enheden henry (H). Den defineres som forholdet mellem den spænding, der induceres, og den strømændring, der inducerer spændingen:

$$\text{Selvinduktion} = \frac{\text{Induceret spænding}}{\text{Strømændring}}$$

$$L = \frac{-u}{\Delta I / \Delta t}$$

Ved omskrivning:

$$u = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Dette passer smukt med graferne vist på forrige side.

### Spolens energiindhold

Når strømmen i spolen har nået sin stationære værdi, besidder spolen et magnetfelt, der præsenterer en energimængde. Da strømmen udelukkende afleverer energi som varmetab i tråden, koster det ikke energi at vedligeholde dette felt.

Feltenergien kan sammenlignes med den energi, et legeme i verdensrummet besidder efter at være accelereret til en given hastighed. Tilbage på jorden findes spolens oplagrede energi til:

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2$$

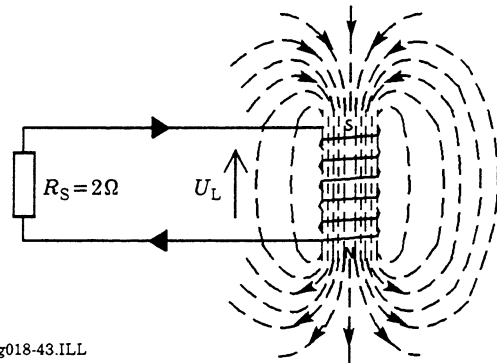
Energimængden er altså afhængig af selvinduktionen og strømmens størrelse.

Hvis en spole har en selvinduktion på 4 H, er energimængden ved strømmen 1 A:

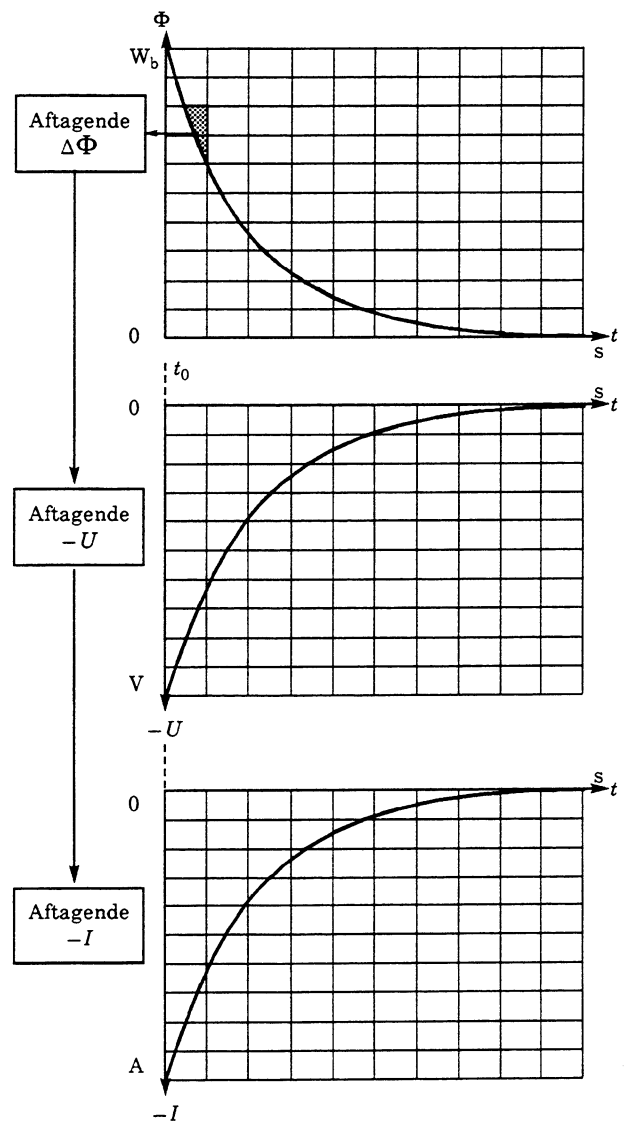
$$W = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1^2 = 2 \text{ J}$$

Hvis kredsløbet ovenfor ændres ved, at spændingskilden  $E$  erstattes af  $R_s$  alene, vil feltet aftage.

Feltændringen vil til tiden  $t_0$  inducere en spænding på  $-1$  volt, hvorefter energien vil afleveres til  $R_s$  som vist. Da feltet er aftagende, bliver spændingen negativ.



mg018-43.ILL

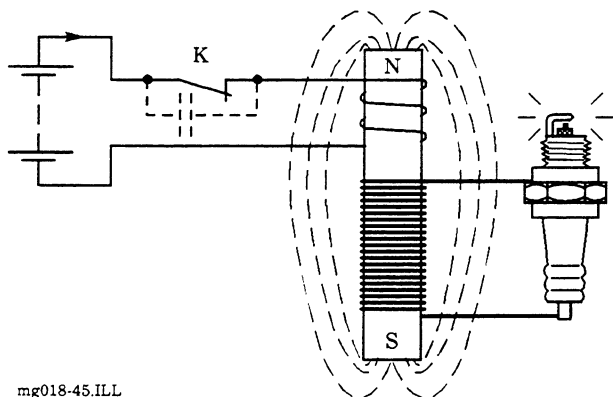


mg018-44.ILL

Afbrydes strømmen blot, falder feltet meget hurtigt, og spolen inducerer en meget høj spænding, der kan være ødelæggende for spolen og dens tilsluttede kredsløb.

### Tændingsanlæg

Et godt eksempel på udnyttelse af spoleenergien er benzinmotorens tændingsanlæg.

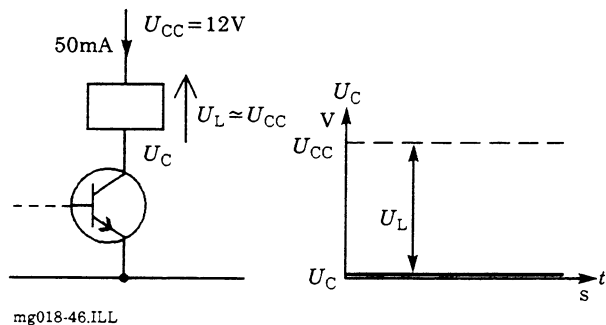


Når kontaktsættet (platinerne) er sluttet, bygges et magnetfelt op i tændspolen. Dette felt falder meget hurtigt, når kontakten åbnes.

Herved induceres der en meget høj spænding i den viste vikling med stort vindingstal, der giver en tændingsgnist i tændrøret.

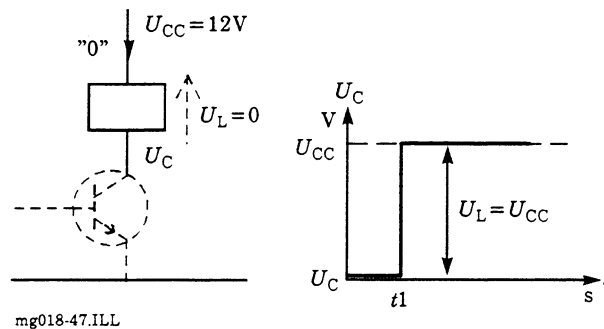
### Relæspolen

Når strømmen til et relæ brydes med en transistor som brydekontakt, må der tages hensyn til den oplagrede spoleenergi.



Når transistoren er strømførende og relæet trukket, ligger hele forsyningsspændingen over relæspolen (på nær ca. 0,1 V).

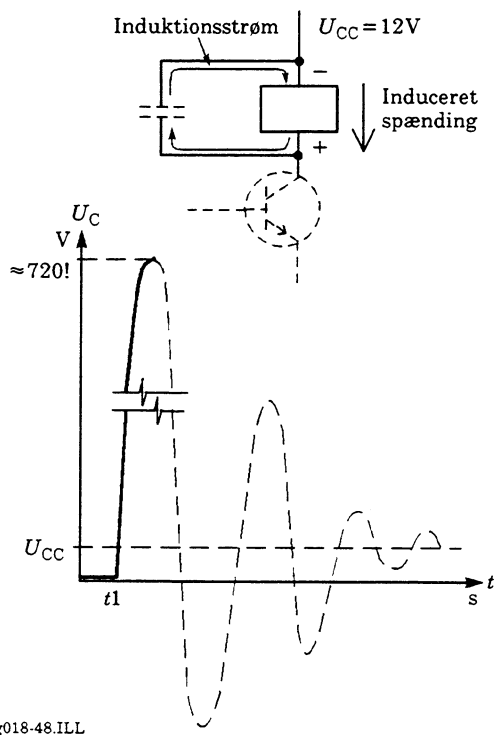
Når transistoren bryder strømmen, og relæet bliver strømløst, skulle spændingen ifølge Ohms lov blive nul over relæet, og spændingen  $U_C = U_{CC}$  refererende til stel.



Den strømførende relæspole indeholder energimængden:

$$W = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$$

Denne inducerer en spænding med retning, som vist herunder:



Dette kan huskes på, at ifølge Lenz' lov vil spolen modsætte sig ændringer. Her betyder det, at strømmen ophører. Strømmen fortsætter derfor, som vist ved at oplade egenkapaciteterne i og omkring spolen.

Hvis relæspolens selvinduktion er 20 mH, og strømmen er 50 mA, indeholder feltet energien:

$$W = \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ m} \cdot 0,05^2 = 25 \text{ } \mu\text{J}$$

Denne energi vil kunne oplade egenkapaciteterne til:

$$W = \frac{1}{2} C \cdot U^2 \Leftrightarrow U = \sqrt{\frac{2 W}{C}}$$

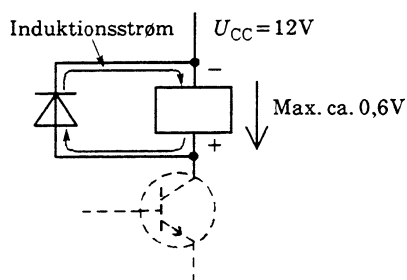
$$U = \sqrt{\frac{2 \cdot 25 \text{ } \mu}{100 \text{ p}}} = 707 \text{ V}$$

Ved en egenkapacitet på 100 pF.

En sådan spænding kræver specielle transistorer.

Som antyd det stiple vil kondensatoren tilbagelevere energien til spolen osv., da der er tale om en LC-kreds. Dette er beskrevet i emnehæftet om passive kredsløb.

Normalt reduceres den viste induktionsspænding med en diode.



mg018-49.ILL

Dioden vil lede for induktionsspændingen, når transistoren afbryder. Diodestrømmen vil give relæet en lidt længere frafaldstid. Feltenergien vil forsvinde som varme i relæspole og diode.

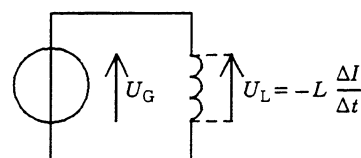
Diodebeskyttelse eller lignende foranstaltninger anvendes også, når transistoren erstattes af en brydekontakt, da kontaktens levetid ellers ned sættes ved gnistdannelse i brydningstiden.

## Spolen ved sinusformet AC

### Strøm-, spændings- og faseforhold

Spoler er meget anvendt i forbindelse med vekselspænding, og vi vil her se på forholdene ved sinusformede strømme og spændinger.

Normalt har en spole både ohmsk modstand  $R$  og selvinduktion  $L$ , men vi starter med at se på forholdene uden ohmsk modstand.



mg018-50.ILL

Vi har tidligere set selvinduktionen defineret som:

$$L = \frac{-u}{\Delta I / \Delta t}$$

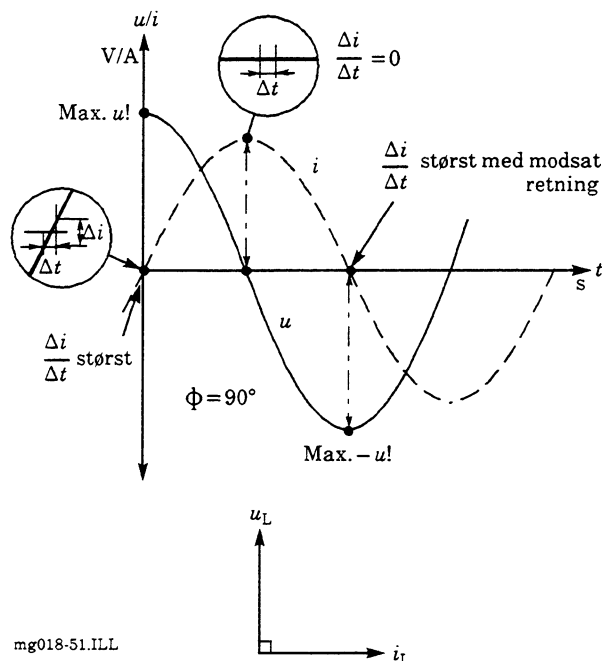
Selvinduktionen er forholdet mellem induceret spænding og den strømförändring pr. tidsenhed, der fremkalder spændingen.

Ønskes spolespændingen bestemt, findes:

$$L = \frac{-u}{\Delta i / \Delta t} \Leftrightarrow u = -L \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

(Der anvendes små bogstaver, da der er tale om AC).

Da strømfledningen er størst ved nulgennemgang og mindst ved strømmens spidsværdi, bliver forholdene, som vist herunder.



I den tabsfri spole er spændingen  $90^\circ$  forud for strømmen.

Som huskeregel benyttes navnet ELICE = eLi-Ce, hvor spændingen  $e$  ved  $L$  er forud for strømmen  $i$ .

### Spolens reaktans

Spolens vekselstrømsmodstand, dens induktive reaktans, er:

$$X_L = \frac{u_L}{i_L} = \omega L = 2\pi f \cdot L$$

da:

$$\omega = 2\pi f$$

Reaktansen er ligefrem proportional med både frekvens og selvinduktion.

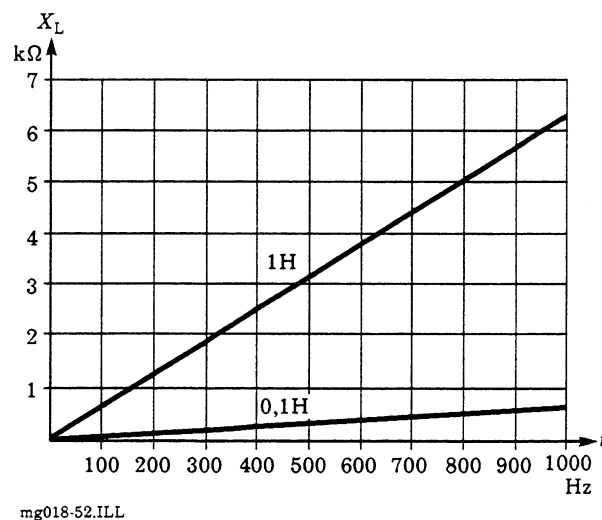
For en spole på 0,1 H findes  $X_L$  ved 100 Hz til:

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi \cdot 100 \cdot 0,1 = 62,8 \Omega$$

Ved 1 000 Hz bliver  $X_L$  10 gg større, 628  $\Omega$ .

En spole på 1 H vil have 10 gg større modstand ved de nævnte frekvenser.

I en graf  $X_L = f(f)$  ser det således ud:



Ved 0 Hz, svarende til jævnstrøm, er reaktansen nul som resultat af, at vi ser bort fra spolens ohmske modstand.

### Beregningseksempler

På en spole måles spænding og strøm til 3 V og 1,5 mA ved frekvensen 1 kHz. Hvor stor er spolens selvinduktion, når der ses bort fra spoletab? Først beregnes:

$$X_L = \frac{u}{i} = \frac{3}{1,5 \text{ m}} = 2 \text{ k}\Omega$$

Så findes selvinduktionen:

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \Leftrightarrow$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{2 \text{ k}}{2 \cdot \pi \cdot 1 \text{ k}} = 0,32 \text{ H}$$

Ved hvilken frekvens har en spole på 100 mH en modstand på 100  $\Omega$ ?

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \Leftrightarrow$$

$$f = \frac{X_L}{2 \cdot \pi \cdot L} = \frac{100}{2 \cdot \pi \cdot 100 \text{ m}} = 159 \text{ Hz}$$

### Spolens effektforhold

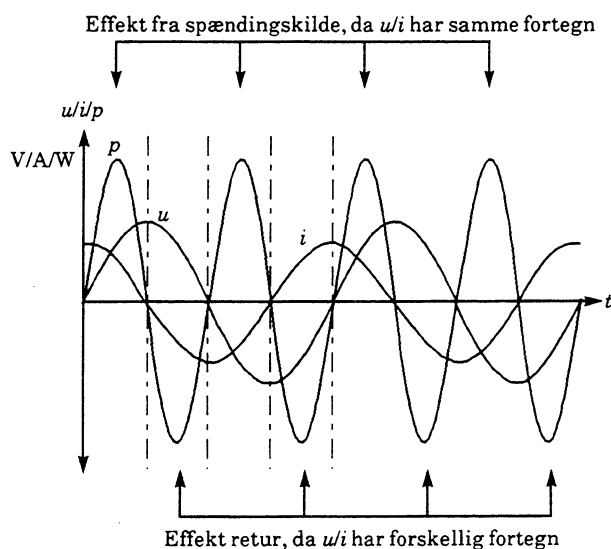
Når spolen betragtes som tabsfri, afsættes der ingen effekt i den.

Effekten bestemmes af:

$$P = u \cdot i \cdot \cos \phi$$

Med  $\phi = 90^\circ$  beregnes den afsatte effekt til nul, da  $\cos 90^\circ = 0$ .

Regnet med fortegn er der tale om en effektudveksling, som vist herunder.

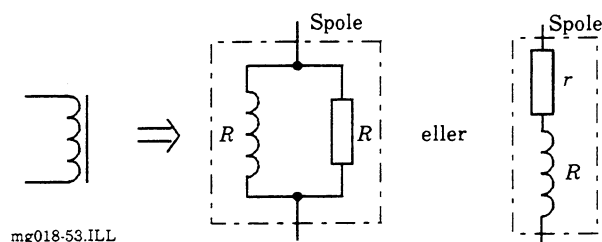


el306-16.ILL

### Spole med tab

I mange beregninger er spoletabene så små, at man kan se bort fra dem. Skal de indregnes, er forholdene, som her beskrevet.

I diagrammer tegnes spolerne altid uden tab, og ved beregningsarbejder kan man frit vælge at betragte spoletabene som en lille serie- eller parallelmodstand til en tabsfri spole.

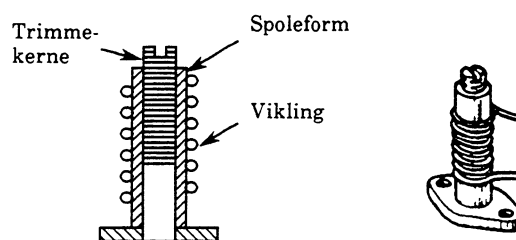


mg018-53.ILL

I det følgende betragtes tabene som en seriemodstand til spolen.

Tabsmodstanden er først og fremmest bestemt af kobbertrådens ohmske modstand. Ved anvendelse af kerner fremkommer kernetab (ref. hysteresekurven), og specielt ved højfrekvens er der også tale om tab på grund af strømfortrængning.

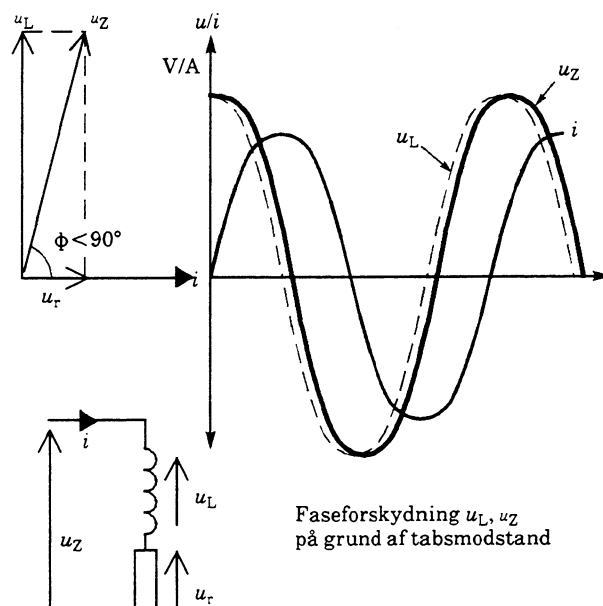
Spoletabene er frekvensafhængige, og ved udskiftning af spoler med jernkerne eller trimmekerner skal man sikre sig, at kernematerialet er det rigtige til spolens arbejdsfrekvens.



ek152-06.RES

### Strøm-, spændings- og faseforhold

Med tab bliver forholdene som vist, fordi generatorspændingen ifølge spændingsloven opdeles i delspændingerne  $u_L$  og  $u_r$  med de viste faseforhold.



Faseforskydning  $u_L$ ,  $u_r$  på grund af tabsmodstand

mg018-54.ILL

Fasevinklen mellem strøm og spænding bliver mindre end  $90^\circ$ . Større tabsmodstand giver aftagende fasevinkel.

### Effektforhold

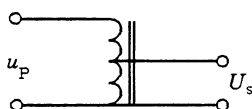
Med en fasevinkel lavere end  $90^\circ$  bliver  $\cos \Phi$  større end nul. Måles fasevinklen med fx et dobbeltstråleoscilloskop til  $82^\circ$ , findes effekten ved  $u = 230 \text{ V}$  og  $i = 36 \text{ mA}$  til:

$$P = u \cdot i \cdot \cos 82^\circ = 230 \cdot 36 \text{ mA} \cdot 0,14 = 1,15 \text{ W}$$

### Transformator

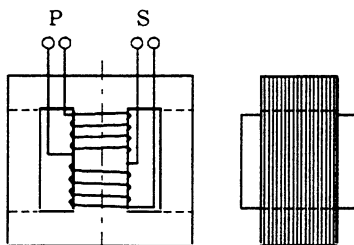
En transformator er bygget op af en eller flere spoler på en fælles lukket jernkerne (af ferro-magnetisk blødmagnetisk materiale).

Er der kun en enkelt spole, der kaldes en transformatorvikling, kaldes transformatoren for en autotransformator.

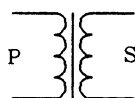


mg018-55.ILL

Normalt anvendes flere viklinger, her anvendes to. Viklingen, der tilføres spænding, kaldes primærviklingen, og viklingen, hvorfra der aftages spænding, kaldes sekundærviklingen.



Viklinger på E-I kerne

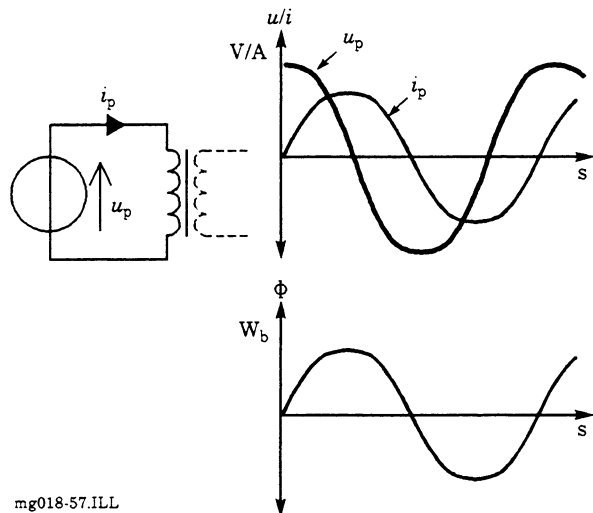


mg018-56.ILL

### Spændingsforhold

I det følgende betragtes transformatoren som tabsfri.

Ubelastet opfører primærviklingen sig derfor som en tabsfri spole.



mg018-57.ILL

Strøm og spænding er forskudt  $90^\circ$ , og primærstrømmen danner et magnetfelt som vist.

Dette magnetfelt inducerer nu samme antal volt pr. vinding i samtlige viklinger, der befinder sig på kernen, da de gennemløbes af den samme varierende flux.

Er primærvindingstallet 460 vindinger og primærspændingen 230 V, findes antal volt pr. vinding til:

$$u/N = \frac{u_p}{n_p} = \frac{230}{460} = 0,5 \text{ V/vinding}$$

Består sekundærviklingen nu af 46 vindinger, vil der induceres 0,5 V i hver af disse, og sekundærspændingen bliver derfor:

$$u_s = \frac{u}{n} \cdot n_s = 0,5 \cdot 46 = 23 \text{ V}$$

### Transformatorens omsætningsforhold

Når antal volt pr. vinding er det samme i alle viklinger, må forholdet mellem vindinger og spænding være den samme:

$$\frac{n_p}{n_s} = \frac{u_p}{u_s}$$

$u_p$  og  $u_s$  er henholdsvis primær- og sekundærspænding,  $n_p$  og  $n_s$  er tilsvarende primær- og sekundærvindingstal.

Omtalte forhold kaldes transformatorens omsætningsforhold, der har formeltegnet  $N$ . Vi kan skrive:

$$N = \frac{n_p}{n_s} = \frac{u_p}{u_s}$$

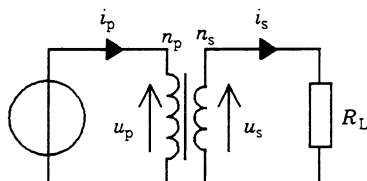
Med tal fra før:

$$N = \frac{460}{46} = \frac{230}{23} = 10$$

Når sekundærspændingen er større end primærspændingen, taler man om en optransformering. Omvendt betegnes en nedtransformering. Det er klogt altid at se transformeringen fra energikilde mod bruger. Dette er ikke nogen vedtagen standard, så man må være agtpågivende ved transformeringsbetragtninger.

### Transformatorens strømforhold

Tilsluttes der en ohmsk belastning til transformatoren, vil der løbe en sekundærstrøm og afsættes effekt i belastningen.



mg018-58.ILL

Den afsatte effekt skal hentes fra primærsiden. Her findes:

$$P_p = P_s \Leftrightarrow i_p \cdot u_p = i_s \cdot u_s \Leftrightarrow \frac{u_p}{u_s} = \frac{i_s}{i_p}$$

da:

$$N = \frac{u_p}{u_s}, \text{ er } N = \frac{i_s}{i_p} \Leftrightarrow i_p = \frac{i_s}{N}$$

Er sekundærbelastningen på  $23 \Omega$  og spændingen  $23 \text{ V}$  ved denne belastning, findes først  $i_s$ :

$$i_s = \frac{u_s}{R_L} = \frac{23}{23} = 1 \text{ A}$$

Herefter findes  $i_p$ :

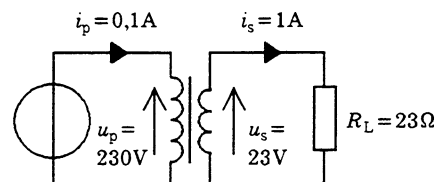
$$i_p = \frac{i_s}{N} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ A}$$

Med  $N$  fra tidligere beregninger finder vi samlet:

$$N = \frac{n_p}{n_s} = \frac{u_p}{u_s} = \frac{i_s}{i_p}$$

Læg mærke til, at strømforholdet er omvendt proportionalt med vindings- og spændingsforholdet. Dette er en naturlig følge af, at primæreffekt og sekundæreffekt er den samme.

Laver man nedtransformering af spænding, sker der en optransformering af strøm.



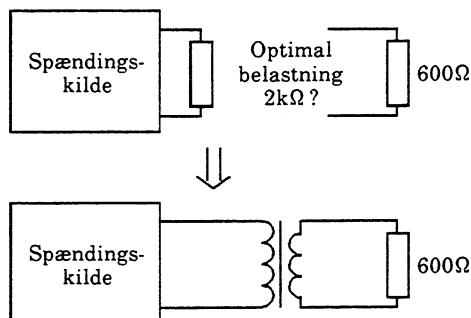
mg018-59.ILL

$$P_p = i_p \cdot u_p = 0,1 \cdot 230 = 23 \text{ V/A}$$

$$P_s = i_s \cdot u_s = 1 \cdot 23 = 23 \text{ V/A}$$

### Transformatorens impedansforhold

I analogteknikken kan transformatorer anvendes til impedansomsætning.



mg018-60.ILL

I ovenstående kredsløb skal spændingskilden belastes med 2 kΩ for at arbejde optimalt. Belastningen er på 600 Ω.

For transformatoren gælder at:

$$N = \sqrt{\frac{Z_p}{Z_s}}$$

Dette giver:

$$N = \sqrt{\frac{2000}{600}} = 1,83$$

Er sekundærvindingstallet 1 000, skal primærvindingstallet være 1 830.

Udledningen er et skoleeksempel på matematisk udledning.

Når  $u$  og  $R \sim Z$  er kendte:

$$P = \frac{u^2}{R} \sim \frac{u^2}{Z}, \text{ heraf: } P_p = P_s \Leftrightarrow \frac{u_p^2}{Z_p} = \frac{u_s^2}{Z_s} \Leftrightarrow$$

$$\frac{u_p^2}{u_s^2} = \frac{Z_p}{Z_s}, \text{ da } N^2 = \frac{u_p^2}{u_s^2}, \text{ er } N = \frac{u_p}{u_s} = \sqrt{\frac{Z_p}{Z_s}}$$

### Resume

Omsætningsforholdet kan nu udtrykkes ved:

$$N = \frac{n_p}{n_s} = \frac{u_p}{u_s} = \sqrt{\frac{Z_p}{Z_s}} = \frac{i_s}{i_p}$$

Læg mærke til, at  $p$  står øverst, undtagen ved strømme.

Passer det bedre med tallene, kan det hele noteres som:

$$N = \frac{n_s}{n_p} = \frac{u_s}{u_p} = \sqrt{\frac{Z_s}{Z_p}} = \frac{i_p}{i_s}$$

Man må naturligvis ikke blande de to former i samme beregningssæt.

### Voltampere

Da der er fasedrejning mellem spænding og strøm, angives produktet ikke som effekt. I stedet anvendes udtrykket volt x ampere (VA).

### Til de videbegærlige

Dette var den vigtigste grundviden om transformatorer, men de mere videbegærlige kræver erfaringsmæssigt svar på flere ting.

### Trådtykkelser

Trådtykkelserne skal være så store, at strømtætheden ikke giver en skadelig opvarmning. Der er proportionalitet mellem trådtykkelse og strøm, den tykkeste tråd til den største strøm.

Normalt regnes med en strømtæthed på 3 A/mm<sup>2</sup> i transformatorer. Videre beregninger er beskrevet under strømtæthed i kapitlet om el-grundbegreber.

### Maksimal overført effekt

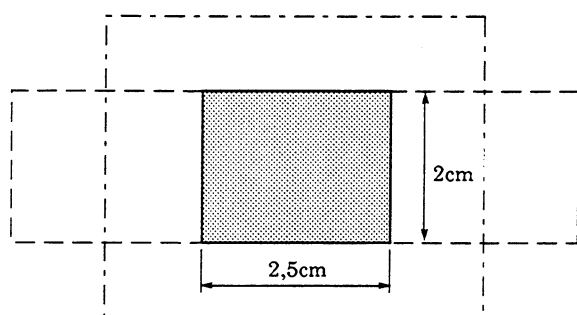
Denne er normalt angivet i form af strøm- og spændingsangivelser eller i VA på godkendte transformatorer. Vikler man selv, findes størrelsen i datablade for kernematerialet.



Kender man overført effekt, kan kernearealet, der befinder sig inden for spoleviklingerne, bestemmes.

$$Q_J \approx \sqrt{P} \text{ (cm}^2, \text{ VA)}$$

Ved omstilling kan effekten for en kendt kerne bestemmes.



mg018-61.ILL

$$Q_J \approx \sqrt{P} \text{ (cm}^2, \text{ VA)} \Leftrightarrow P \approx Q_J^2 \text{ (VA, cm}^2\text{)}$$

$$P = (2 \cdot 2,5)^2 \approx 25 \text{ VA}$$

Bemærk, at denne gamle håndregel anvender længdemål i cm.

Jo hårdere en transformator belastes, desto mere varmer den. Det er således egentlig trådlakken i viklingerne, der sætter begrænsningen, da lakkerne nedbrydes ved for høje temperaturer.

Er der tale om nettransformatorer, er det så absolut gældende sikkerhedsbestemmelser, man skal holde sig til.

Der kan overføres større effekter ved højere frekvenser, dette udnyttes i switch-mode strømforstyringer i computere og farvefjernsyn.

### Bestemmelse af primærvindingstal

For ikke at få for kraftig magnetisering, så kernen mættes, skal primærvindingstallet være tilpas stort.

I princippet beregnes efter transformatorformlen:

$$N_p = \frac{u_p}{4,44 \cdot B \cdot A \cdot f}$$

$N$  er vindingstallet

$u_p$  er primærspændingen i effektivværdi

4,44 er formfaktoren for sinusform

$B$  er induktionen i Wb (ca 1,2 Wb)

$A$  er kernearealet i kvadratmeter

$f$  er frekvensen i Hz

For en kerne med kantmålene 27 m x 27 m findes for en induktion på 1,2 Wb ved 230 V/50 Hz:

$$N_p = \frac{230}{4,44 \cdot 50 \cdot 1,2 \cdot 27^2 \cdot 10^{-6}} = 1.184 \text{ vindinger}$$

### Transformatorens tomgangsstrøm

Mistænkes en transformator for at være defekt, kan en måling af tomgangsstrømmen give et fingerpeg.

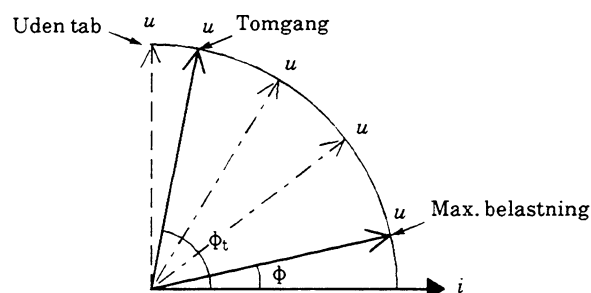
For transformatorer op til 100 VA ligger tomgangsstrømmen i størrelsesordenen 25 til 100 mA.

Måles strømmen med et oscilloskop, vil man erfare, at den ikke er sinusformet, da kernens permeabilitet varierer over det store magnetiseringsområde.

### Faseforhold

Den ubelastede transformator optræder som en spole med lave tab. Fasevinklen er nær de  $90^\circ$ .

Når transformatoren belastes, ændres fasevinklen mod  $0^\circ$  i takt med den øgede belastning, så den ved fuldlast ligger nær  $0^\circ$ .



mg018-62.ILL

### Transformator med tab

Den påtrykte sekundærspænding på en transformator er normalt spændingen ved den angivne belastningsstrøm. Tomgangsspændingen er ca. 5 til 10% højere.

Ved beregning af vindingstal anvendes tilsvarende at øge sekundærvindingstallet med 5 til 10% for at kompensere for tabene, der primært er kobbertab i spoletråden.

### Transformatorens virkningsgrad

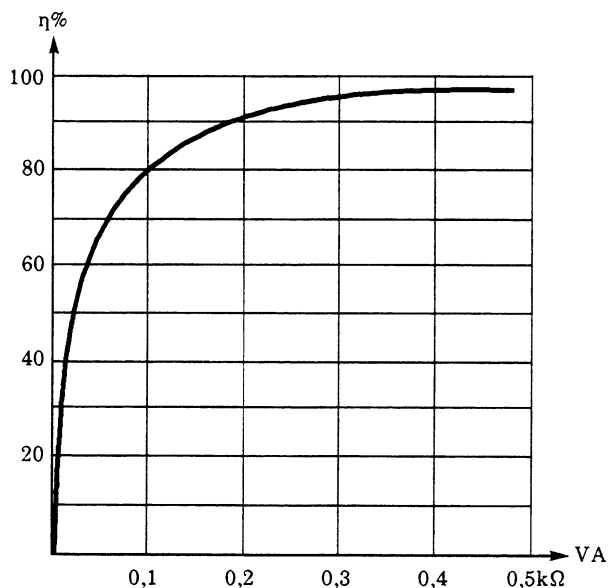
Virkningsgraden angiver forholdet mellem tilført og afgivet effekt.

$$\eta = \frac{P_s}{P_p} \cdot 100 \text{ (\%)}$$

Hvis en transformator henter 100 VA fra nettet og afgiver 80 VA til belastningen, er virkningsgraden:

$$\eta = \frac{80}{100} \cdot 100 = 80\%$$

Transformatorernes virkningsgrad varierer med størrelsen og følger generelt den skitserede kurve.



mg018-63.ILL



# Litteraturliste

**Elektronikgrundbog**

Ryan Holm

Gyldendal 1984

**El-faglære, El-teori,**

ELFO's Forlag 1992

**Fysik i grundtræk**

Eve Staffansson, Bengt Andersso og

Karl-Erik Johansson, bearbejdet af

Otto Fabricius og Ralf Nielsen

Munksgård 1980

**Kemi i grundtræk**

Stig Andersson og Ido Leden, bearbejdet af

Carl Jørgen Carlsen og Arne Jensen

Munksgård 1985

**Elektriciteten**

Helge Holst, Gyldendalske boghandel

Nordisk forlag 1910

**Transistorteknik**

Herbert G. Mende og T. Vestergaard

Forlaget Ivar 1961

**Halvlederteknik**

Tore Øvesen m. fl.

Teknisk forlag 1971

**Elektronik-ståbi**

Mogens Boman og Jan Fialla

Teknisk Forlag





# Stikordsregister

## A

Afkoblingskondensator 58  
 Alternating Current 41  
 Ampere timer 36  
 Amperevindingstal 67  
 Anvendelseseksempler - Ohms lov 25  
 Atomer 3  
 Atomnummer 4

## B

Belastet spændingskilde 30  
 Blødmagnetiske materialer 63  
 Bronze 5

## D

Diamagnetiske materialer 63  
 Dielektrikum 51  
 Diodebeskyttelse 81  
 Dopning 7  
 Dynamoprincippet 74

## E

Effekt 35  
 Effekt og energi 34  
 Effektberegning ved vekselstrøm 46  
 Effektforhold 84  
 Effektforhold i kondensator  
   med tab 62  
 Effektforhold tabsfri kondensator 61  
 Effektivværdi 43  
 Elektrisk effekt 35  
 Elektrisk energi 36  
 Elektrisk feltstyrke 54  
 Elektrisk kredsløb 11  
 Elektriske grundbegreber 11  
 Elektrodynamiske transducere 77  
 Elektromagnetisme 67  
 Elektroner 3  
 Elektronernes driftshastighed 14  
 Elektronmængde 12  
 Elektrostatik 47  
 Elektrostatisk energi 54  
 Elementarpartikler 3  
 Energitab i ledningsnet 40

## F

Faradays induktionslov 75  
 Fasevinklen 46  
 Ferromagnetiske materialer 63  
 Flux og fluxtæthed 65  
 Frembringelse af statisk el 47

## G

Gennemslagsfeltstyrke 54  
 Germanium 5  
 Gitterstruktur 5  
 Gnidningselektricitet 48  
 Grundstoffer 4

## H

Halvledere 3  
 Halvlederens temperatur-  
   afhængighed 23  
 Hovedgrupper 4  
 Hysteresekurve 71  
 Hærdeplast 9  
 Højrehåndsreglen 67  
 Hårdmagnetiske materialer 63

## I

Induktion 69, 73  
 Isolatorer 3, 9

## J

Joule 36  
 Jævnspænding 15  
 Jævnstrøm 11

## K

Kapacitans 49  
 Kapacitet 50  
 Kirchhoffs 1. lov 14  
 Kirchhoffs 2. lov 18  
 Kirchhoffs spændingslov 18  
 Kobber 5  
 Koercitivkraft 71  
 Komponentfejlfinding 28  
 Kondensator 50  
 Kondensator med tab 61

Kondensatorafledning 56  
 Kondensatoren ved AC 57  
 Kondensatorens dielektrikum 53  
 Kondensatorens effektforhold 61  
 Kondensatorens energiindhold 55  
 Kondensatorens faseforhold 60  
 Konstantan 5  
 Kredsløb, magnetiske 65  
 Krystallinsk opbygning 5

## L

Ladninger 3  
 Ledere 3  
 Ledningsevne 23  
 Legeringer 5  
 Lenz lov 74  
 Leydnerbatterier 50  
 Leydnerflasker 50

## M

Magnetfeltet omkring en leder 67  
 Magnetisk flux 65  
 Magnetisk induktion 65  
 Magnetisk ledningsevne 68  
 Magnetisk modstand 68, 70  
 Magnetisk spænding 69  
 Magnetiske begreber og  
   måleenheder 69  
 Magnetiske ledningsevne 70  
 Magnetisme 63  
 Mangan 5  
 Manganin 5  
 Materialers temperatur-  
   afhængighed 21  
 Messing 5  
 Metaller 4  
 Metaller og legeringers  
   temperaturafhængighed 22  
 Middelværdi 44  
 Modstand 18  
 Modstandsmåling 26  
 Modstandsændring ved  
   lyspåvirkning 23

Modstandsændring ved mekanisk  
deformation 23  
Molybdæn 5  
Motorprincippet 73  
Måling af strømstyrke 13

**N**

N-materiale 7  
Neutroner 3  
Nikkel 5  
NTC-modstande 23

**O**

Ohmmåling 34  
Ohms lov 24  
Ohms 2. lov 31  
Omsætning elektrisk strøm/  
mekanisk kraft 72  
Omsætning mekanisk kraft/  
elektrisk strøm 73  
Opladning 52  
Overføringskondensator 58

**P**

P-materiale 8  
Paramagnetiske materialer 63  
Perioder 4  
Periodetid og frekvens 42  
Periodiske system, Det 4  
Permanente magneter 64  
Permeabilitet 68  
Permeans 70  
Permittivitet 53  
Plastmaterialer 9  
Polaritetsangivelse 15  
Prisafregning - Energi 37  
Protoner 3  
PTC-modstande 23  
Pulserende jævnstrøm 13

**R**

Reaktans 59  
Referencepunkt 16  
Relativ permittivitet 53  
Relative permeabilitet 68  
Reluktans 68  
Relæspole 72  
Remanens 71  
Rigtig spændingsmetode 26  
Rigtig strømmetode 27

**S**

Selvinduktion 78  
Silicium 5  
Sinusformet vekselstrøm og  
-spænding 41  
Specifik modstand 18  
Spole med tab 83  
Spole ved jævnstrøm 77  
Spolen ved sinusformet AC 81  
Spolens effektforhold 83  
Spolens energiindhold 79  
Spolens reaktans 82  
Spændingsbegrebet 15  
Spændingsgenerator 29  
Spændingskilder i parallel 32  
Spændingskilder i serie 31  
Spændingsmåling 17  
Stationær og pulserende spænding 17  
Stationær strøm 12  
Statisk elektricitet 47  
Statisk elektricitet og elektronik-  
komponenter 47  
Stoffernes magnetiske egenskaber 63  
Stoffers opbygning 3  
Strain gauge 23  
Strømdeling 14  
Strømførende leder i et magnetfelt 72  
Strømgenerator 33  
Strømloven 14  
Strømretning 12  
Strømstyrke 12  
Supralledning 23

**T**

Temperaturkoefficient 21  
Termoplast 9  
Tesla 65, 69  
Tilladelig driftstemperatur 9  
Tordenvejr 55  
Transformator 84  
Transformator med tab 88  
Transformatorens impedans-  
forhold 86  
Transformatorens omsætnings-  
forhold 85  
Transformatorens strømforhold 85  
Transformatorens tomgangsstrøm 87  
Transformatorens virkningsgrad 88  
Triboelektrisk effekt 48

**U**

Ubelastet spændingskilde 29

**V**

Vakuumpermeabilitet 69  
Vakuumpermittivitet 53  
Valenselektroner 4  
Valensskal 4  
Vekselspændings- og effektforhold 43  
Vekselstrøm og -spænding 39  
Voltampere 86

**W**

Watt 35  
Watt sekunder 36  
Watt-timer 36  
Weber 65  
Wolfram 5

**Ø**

Øjebliksværdi 42